

Línea Investigación para la Innovación curricular en la acción en el aula de Matemáticas: modelo general¹

González Marí, J. L. (gmari@uma.es)

En la investigación en Educación Matemática en España se observan ciertas carencias en lo que se refiere a los resultados más cercanos a la realidad del aula, a la investigación “a pie de obra” y a los estudios curriculares y de innovación con una aplicación directa en las programaciones de aula, en los desarrollos curriculares reales, en el diseño de libros de texto o en la elaboración de nuevos recursos y materiales didácticos. En otras palabras, existe una cierta separación entre el campo de la investigación reglada y el de la aplicación práctica de sus resultados; el primero, inmerso en un mundo académico, con una gran carga teórica y alejado en gran medida de la realidad; el segundo, plagado de necesidades urgentes, con un desarrollo relativamente independiente y al margen del primero. No queremos decir con esto que se deban abandonar las investigaciones que se vienen realizando, sino que es necesario dirigir también la atención al proceso didáctico real en su conjunto y a sus principales necesidades.

La tendencia italiana “Investigación para la Innovación” se orienta claramente a solucionar los problemas mencionados y constituye, en nuestra opinión, un buen intento para tratar de unir investigación reglada e innovación y reforma curricular. Sin embargo, como se deduce de la discusión correspondiente (apartado 3.3.2), presenta limitaciones y dificultades que deben y pueden ser solucionadas mediante una mayor profundización en los principios, medidas y actuaciones que sustentan el modelo correspondiente. Esta es la tarea que nos proponemos realizar: construir un nuevo modelo de *investigación para la innovación curricular en la acción en el aula de Matemáticas* que cumpla rigurosamente los requisitos exigibles a este tipo de estudios; un modelo que se vaya nutriendo de sucesivas investigaciones puntuales que pongan a prueba su bondad, saquen a la luz sus insuficiencias, dificultades y limitaciones y contribuyan a su perfeccionamiento en un proceso dialéctico permanente entre la teoría y la práctica².

En consecuencia, partiendo de los supuestos mencionados y sin abandonar las tendencias, enfoques, estilos, tipos de estudios o reflexiones que son usuales, vamos a tratar de atender también a ese aspecto “terminal”, “aplicado” o más directo de la labor investigadora reglada mediante la construcción de un modelo que permita configurar una línea de indagación sistemática sobre los fenómenos educativos reales en el aula de Matemáticas. No es una tarea fácil, sobre todo si tenemos en cuenta las dificultades propias de someter a rigor teórico y metodológico a fenómenos tan complejos y si se han de cumplir los numerosos requisitos que configuran el modelo de investigación, entre los que destacamos:

- El modelo se debe adaptar a las condiciones reales y respetar los procesos “naturales”;

¹ Síntesis elaborada a partir de (González, 2004) y teniendo en cuenta las conclusiones en tal sentido de Galán, 2003 y Padilla, 2003. (en bibliografía: Gonzalez, J. L. (2004).- Tendencia Investigación para la Innovación Curricular en la Acción en el Aula de Matemáticas. Documento inédito. Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga.).

² El estudio que se presenta en la memoria es la continuación del proceso iniciado en (Galan, 2003) y (Padilla, 2003). Al igual que en dichos trabajos, se pretende poner de nuevo a prueba el modelo y tratar de mejorarlo para futuras aplicaciones.

- Debe ser útil para investigar los fenómenos educativos reales allí donde se producen y tal y como se producen;
- Debe ser operativo con los mínimos cambios permitidos y bajo un enfoque global y holístico;
- Debe proporcionar prescripciones concretas y directas sobre los procesos investigados;
- Debe tratar de superar las limitaciones y dificultades que surgen al considerar los fenómenos en toda su extensión, sin fragmentación, separación de factores o simplificación de los fenómenos didácticos por interés científico o por necesidades del control de variables o la operatividad del estudio.

En los párrafos que siguen se irá perfilando el modelo con nuevos requisitos y características que se han de añadir a los anteriores.

Definición de la línea de investigación

Denominamos “*Investigación para la Innovación curricular en la acción en el aula de Matemáticas*” a una línea o tendencia de investigación en Educación Matemática delimitada por un modelo específico de naturaleza dialéctica entre la teoría y la práctica y por un conjunto de estudios puntuales desarrollados bajo sus directrices. El modelo y los estudios mencionados se ajustan a las condiciones y características que se desglosan a continuación y que se explican y completan a lo largo del presente apartado.

Investigación

Aunque los estudios realizados suponen una experiencia interesante para todos los participantes o una innovación “local”, no consideraremos los trabajos realizados ni como experiencias ni como meros trabajos de innovación o de reforma educativa en su sentido usual ni como estudios piloto o exploratorios, salvo que se indique así como parte previa a un estudio definitivo. Por el contrario, nuestra pretensión en todo momento es la de amparar y guiar verdaderas *investigaciones*, es decir, estudios reglados con pretensiones científicas, basados en la indagación metódica y disciplinada y orientados a la creación y difusión de conocimientos fundados, válidos, generalizables en lo posible, replicables y susceptibles de examen crítico por parte de especialistas en investigación en Educación Matemática y en otras áreas afines.

Innovación

Deseamos que las investigaciones se dirijan “explícita y directamente” a aportar información sobre mejoras reales y de aplicación “inmediata” a la práctica educativa en matemáticas. Se pretende contribuir a la optimización de los procesos reales de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en orden a conseguir una mayor calidad de la Educación Matemática formal. Se trata de averiguar si es posible optimizar el proceso didáctico usual actual y cómo se puede conseguir dicha optimización durante su desarrollo y en condiciones normales. En ese sentido, se pretende modificar de manera fundada el desarrollo didáctico (modificaciones viables y de pequeña envergadura en condiciones normales) para comprobar si con ello se alcanzan resultados que suponen un avance o mejora significativa con respecto al tratamiento ordinario.

Curricular

Se pretende que la innovación se centre en los elementos del diseño y el desarrollo

del currículo de Matemáticas, de acuerdo con las orientaciones didácticas oficialmente establecidas y dentro de las condiciones fijadas por la Administración Educativa en cuanto a evaluación, metodología, contenidos, etc. La noción de currículo como sistema se encuentra en el centro de esta aproximación, de manera que las investigaciones se dirigen a analizar los efectos de determinadas modificaciones curriculares, de las que previamente existen indicios razonables de su influencia positiva, sobre ciertos aspectos del desarrollo curricular. Las modificaciones sometidas a examen pueden ser variadas, como por ejemplo: un cambio metodológico, el empleo de un nuevo recurso, la introducción de unas tareas especiales, una nueva organización del trabajo, un contrato didáctico con unas características concretas, etc..

En la acción

De acuerdo con nuestros propósitos, no tienen cabida dentro de esta tendencia las investigaciones sobre innovaciones curriculares en situaciones clínicas o de laboratorio. Por el contrario, los estudios deben ser reales, de carácter natural, no clínico, con las mínimas modificaciones permitidas y de acuerdo a las siguientes condiciones:

- que tengan lugar durante el propio desarrollo de las clases oficiales de matemáticas, dentro del período escolar ordinario y de acuerdo con el horario establecido;
- que se realicen en los grupos naturales de alumnos de cualquier nivel educativo, sin ninguna modificación en dicho sentido;
- que contemplen la participación activa de los alumnos, no sólo para realizar pruebas y ser los sujetos pasivos centrales de la investigación, sino también para responder a cuestionarios y entrevistas relacionados con el problema de investigación.
- que sean desarrollados por el profesor o los profesores designados por la Administración y los Centros y Departamentos responsables de la docencia;
- que el profesor o los profesores adopten el papel de investigador(es) principal(es) de la propia práctica docente, responsable(s) de la investigación y participante(s) en los trabajos llevados a cabo en otros grupos de alumnos;
- que se admita como necesarias la cooperación y la participación activa de varias personas (profesores, compañeros, etc.) que actúan como observadores, informadores, contrastando resultados y participando en sesiones científicas bajo la supervisión y coordinación del profesor investigador principal;
- que intervenga un Director de investigación (doctor especialista en Investigación en Educación Matemática), que supervisa el trabajo y participa en las tareas desarrolladas.

En el aula de Matemáticas

Obviamente, estamos interesados en todo aquello que suceda en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas escolares. Nos asiste para ello la consideración que adoptamos sobre el carácter específico en su globalidad de los fenómenos propios de dicho campo sin despreciar el papel complementario del enfoque interdisciplinar (González, 1999)³. Por otra parte, podemos afirmar que los estudios se realizan en el aula ordinaria de Matemáticas, puesto que las diferencia con respecto al proceso ordinario “puro” radican únicamente en la presencia de observadores y en la existencia de algunos momentos añadidos al propio proceso educativo para entrevistas, pruebas o cuestionarios.

³ Mirar la fecha. Es el artículo del análisis didáctico.

En los sucesivos apartados que siguen a continuación se explican y completan las consideraciones anteriores con nuevos elementos que dan una forma más precisa al modelo que estamos tratando de configurar.

Características generales de los estudios

Finalidad

En general, se desea conocer de una manera más profunda los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, averiguar la potencialidad didáctica del desarrollo curricular ordinario en las mismas condiciones reales en las que se produce y en los mismos lugares en los que se produce distinguiendo el grado de influencia de los diferentes factores, valorar el alcance y los resultados previsibles y reales de las modificaciones “permitidas”, identificar las limitaciones y dificultades reales existentes para alcanzar un desarrollo curricular óptimo y arbitrar las modificaciones que se deberían realizar y las consideraciones que se deberían tener en cuenta para superar dichas dificultades y limitaciones.

En particular, se pretende comprobar qué cambios permitidos por las orientaciones oficiales o las condiciones reales, bien en la metodología o en otros aspectos susceptibles de cambio e innovación (por ejemplo: evaluación, recursos, libros de texto, contrato didáctico, relaciones de comunicación en el aula, tipos de tareas, grupos de trabajo, proyectos, etc.), mejoran el rendimiento, la motivación u otros, qué efectos constatables se producen y en qué medida lo hacen.

Tipos de problemas

Las modificaciones afectan al diseño y desarrollo curricular ordinario en grupos naturales y en las condiciones usuales existentes. Las conclusiones de los estudios se extienden a la incidencia de las modificaciones introducidas sobre el proceso educativo o parte de él (Ejemplos de modificaciones: implementar una nueva metodología didáctica, utilizar un recurso nuevo, emplear alguna técnica de evaluación no usual o crear condiciones contractuales nuevas, etc.). La modificación efectuada tendrá la consideración de “tratamiento experimental” y sus efectos y características se confrontarán en el estudio con los del tratamiento usual u otro alternativo que será denominado “tratamiento control”. En definitiva, los estudios pretenden poner de manifiesto que la(s) modificación(es) introducida(s) es(son) responsable(s) (o causa(s)) de mejoras en ciertos aspectos del proceso educativo (rendimiento de los alumnos, comunicación, motivación, actitud hacia las matemáticas, etc.).

En particular, los estudios centrados en una modificación metodológica, por ejemplo, pretenden aportar información que respalde la plausibilidad de conjeturas como las siguientes:

I.- El empleo de la metodología propuesta es compatible con el desarrollo de la asignatura y útil para la formación matemática de los alumnos;

II.- La nueva metodología, frente a la tradicional o alternativa, mejora el aprendizaje matemático medido en términos de rendimiento ante una prueba objetiva, o mejora la comprensión de los conceptos y procedimientos correspondientes o las actitudes hacia el tema y la asignatura u otros aspectos que se desarrollen específicamente con la modificación introducida.

Ámbitos de actuación y niveles educativos

Las investigaciones se pueden desarrollar en cualquier aula en la que se impartan contenidos matemáticos y se cumplan las condiciones establecidas⁴. Es evidente que la investigación de un problema dentro de esta línea requiere trabajar en un centro educativo determinado, en unos niveles concretos y en unos grupos naturales con sus respectivos profesores y demás circunstancias comunes. Qué duda cabe de que se puede realizar el trabajo en dos o más centros y en dos o más grupos, siempre que dispongamos de un equipo de profesores dispuestos a colaborar y de las condiciones adecuadas para ello. En este sentido, no existen otras limitaciones que las que impone la realidad, los propios participantes, los fines perseguidos y las características de los fenómenos en estudio.

Desarrollo temporal

La investigación se ha de llevar a cabo a lo largo del desarrollo del curso escolar ordinario, lo que no quiere decir que se haga en un solo curso ni que se deba dedicar a ello la totalidad del mismo. De hecho, el trabajo efectivo suele tener lugar durante una parte de un trimestre, un mes, una semana o, lo que es más frecuente, en cortos períodos de tiempo distribuidos periódica o irregularmente a lo largo de un curso o de varios cursos, como corresponde a un proceso de investigación en la acción; todo ello dependiendo del tipo de problema planteado, de su amplitud, de las disponibilidades reales y de los tratamientos a aplicar. En cualquier caso, *el tiempo dedicado al tratamiento experimental o a la parte empírica de la investigación debe ser el mismo que se dedica a las tareas docentes en condiciones normales* y el que se debe dedicar al desarrollo y observación del tratamiento control en su caso.

Participantes

En las investigaciones han de intervenir *al menos dos grupos naturales de alumnos*: uno al que llamaremos experimental y otro al que llamaremos control⁵. Ambos grupos deben ser del mismo nivel educativo y razonablemente equivalentes de partida o, al menos, deben estar controlados en lo que se refiere a los tratamientos y sus efectos.

Por norma general, los grupos deben ser naturales. Excepcionalmente, si se comprueba que va a existir demasiada disparidad entre los grupos previstos o que la forma usual de agrupamiento pueda invalidar el trabajo o si se pretende desarrollar algún estudio especial, se puede intervenir para modificar dicha formación antes de que comience el curso, teniendo en cuenta que los cambios realizados van a ser permanentes y probablemente irreversibles.

Por otra parte, debe existir un *equipo investigador* o grupo más o menos reducido de personas, liderado y coordinado en la práctica por el investigador principal (profesor de uno o varios de los grupos naturales en estudio) o por varios investigadores responsables y bajo las orientaciones del director de la investigación (experto en investigación en Educación Matemática). El equipo debe integrar, además, a uno o dos

⁴ En la actualidad se están desarrollando estudios en primero y segundo cursos de Estudios de Ingeniería; tercer curso de estudios de Formación de Maestros y diversos niveles de Educación Secundaria y Bachillerato.

⁵ Esta condición no es obligada. Se puede sustituir el estudio experimental por un estudio de casos o etnográfico profundo en un solo grupo con información cualitativa procedente de la observación, la entrevista, los cuestionarios, la reflexión y la triangulación, entre otros procedimientos. No obstante, consideramos que en este tipo de estudios puede ser importante disponer también de información de tipo cuantitativa, incluso sin que exista intención expresa de generalización o extrapolación de los resultados.

profesores de matemáticas de los mismos niveles en estudio para que colaboren en la planificación de los tratamientos didácticos, actúen como observadores externos del proceso y participen en la recogida de información. El investigador principal coordina los trabajos y es responsable de los mismos, desarrolla el tratamiento experimental o ambos, instruye a los participantes como auxiliares del estudio, soluciona los problemas que van surgiendo y elabora, con la colaboración del director, la memoria final de la investigación.

Tratamientos didácticos

La versión básica del modelo contempla dos tratamientos didácticos:

- Experimental (que se suele centrar en las modificaciones que delimitan el problema de investigación y que hay que definir detalladamente mediante un protocolo de enseñanza experimental);
- Control (que hay que definir detalladamente mediante un protocolo de enseñanza control y que en general coincide con el proceso didáctico ordinario, aunque también puede presentar otras características según el estudio a realizar⁶).

Las características del tratamiento experimental y de sus efectos previsibles son las que inciden especialmente en el título de la investigación y reciben una buena parte de la atención de los objetivos, las hipótesis, el marco teórico y los antecedentes del estudio. El tratamiento control suele ser el que se pretende modificar o sustituir de manera fundada a partir de los resultados y conclusiones de la investigación.

Protocolos de enseñanza

Los protocolos de los tratamientos o protocolos de enseñanza deben ser claros, replicables y de los que un observador externo pueda decir, sin lugar a dudas, si se han seguido fielmente o ha habido desviaciones de lo previsto y con respecto a qué previsiones se han producido dichas desviaciones. Es importante que indiquen los contenidos, la temporalización y los ejercicios y tareas que deben realizar los alumnos, entre otros aspectos. Asimismo, deben cuidar al detalle y recoger explícitamente: la planificación de las tareas diarias, las decisiones a tomar en casos especiales, las orientaciones generales, las actuaciones del profesor, las instrucciones que se han de dar a los alumnos, las condiciones que han de ser creadas y cómo se han de crear así como todo aquello que pueda ocurrir en las clases y que pueda influir sobre el problema de investigación. En particular, el protocolo del tratamiento control debe ser lo más detallado posible y poner toda la atención en alcanzar los mismos objetivos oficiales que el tratamiento experimental, para lo que debe incluir indicadores observables del interés por rentabilizar el proceso y de la existencia de una cierta competitividad con el tratamiento experimental. Por último, en la medida en que la eficacia y la pertinencia de ambos tratamientos se van a poner a prueba mediante diversos instrumentos de recogida de datos, se han de explicitar también los aspectos relacionados con la evaluación, que debe ser lo más objetiva posible y estar planificada de antemano.

⁶ Por ejemplo, no se puede descartar la posibilidad de emplear simultáneamente tres tratamientos didácticos: dos de tipo control (el desarrollo didáctico ordinario y una variante del mismo basada en el empleo del libro de texto de una editorial diferente o en unos apuntes elaborados “ad hoc” por el profesor) y uno experimental.

Condiciones de desarrollo o contextuales

Se trata de modificaciones admitidas dentro del proceso educativo ordinario, posibles en las condiciones en las que se realizan, curricularmente contempladas en los diseños oficiales (a través de los objetivos y de las orientaciones didácticas correspondientes) o, al menos, no prohibidas explícitamente y amparadas por la libertad de cátedra. Al descartar los estudios clínicos o los que se salgan notoriamente de las condiciones y requisitos usuales del proceso didáctico ordinario, se evita, entre otras cuestiones, la obligatoriedad de disponer de un permiso especial de los participantes o de las autoridades académicas para desarrollar la investigación⁷. Únicamente se han de cubrir los trámites comúnmente exigidos para el desempeño de las labores docentes ordinarias relacionadas con el diseño y desarrollo del currículo.

Marco académico y curricular:

El marco para el desarrollo de las investigaciones es el que viene delimitado por el diseño curricular oficial y las orientaciones oficiales al respecto (que se han de respetar y tomar como referencias). En el informe habrá que especificar los objetivos, contenidos, orientaciones metodológicas, evaluación, recursos, actividades y demás elementos incluidos en los diseños curriculares oficiales. Asimismo, puede ser conveniente analizar el tratamiento que dan a dichas orientaciones los *libros de texto* y cómo se materializan en el trabajo diario en el aula (*enseñanza usual*). No obstante, siempre habrá que distinguir entre lo que es “obligado” y lo que son determinaciones particulares o interpretaciones del currículo. Nosotros aportaremos la propuesta experimental como una interpretación más que queremos poner en práctica y comprobar su eficacia.

En cuanto a los contenidos matemáticos se ha de dirigir la atención a las lecciones del temario oficial. De ellos, se elegirán los que permitan un desarrollo coherente de la metodología o del nuevo tratamiento y sean interesantes por su riqueza, potencialidad educativa o especial dificultad.

Antecedentes y fundamentos teóricos

La línea de investigación pretende combinar entre sí, eligiendo aquéllos aspectos convenientes en cada caso para los propósitos del estudio, las siguientes líneas y enfoques de investigación en Educación, en general, y en Educación Matemática en particular⁸:

- 1).- Investigaciones curriculares en Educación Matemática;
- 2).- Investigación para la innovación (Arzarello, 1999);
- 3).- Investigación en la acción (referencias más importante);
- 4).- Etnografía, estudio de casos y otros enfoques cualitativos (referencias);
- 5).- Estudios cuasi-experimentales y otros elementos del paradigma cuantitativo (referencia);
- 6).- Tendencias de investigación en Educación Matemática en la UMA: Análisis Didáctico; Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático; (referencias)

Es evidente, por tanto, la intención ya anunciada de ampliar los enfoques particulares mencionados y tratar de mejorar sus resultados. De hecho, la totalidad del modelo del

⁷El que no sea necesario disponer de dichos permisos no quiere decir que no se vea conveniente contar con la participación voluntaria de los alumnos y profesores y con el visto bueno de las personas e instituciones responsables.

⁸ Para una descripción más detallada nos remitimos a los apartados de esta memoria.

que es objeto el presente apartado, se viene construyendo mediante la combinación de principios, técnicas y consideraciones particulares extraídas de las componentes mencionadas en el párrafo anterior.

Por regla general, los antecedentes, las experiencias y los estudios previos realizados en torno al problema de investigación, incluidos los estudios exploratorios, se citan como antecedentes y fundamentos teóricos y se organizan en dos categorías: antecedentes específicos y relacionados. Los primeros abarcan los estudios, las experiencias y las publicaciones encontradas sobre el propio problema o sobre problemas estrechamente relacionados; los segundos son los estudios, las experiencias y las publicaciones sobre problemas relacionados o en campos afines. La información obtenida así de múltiples fuentes, de la que no se elimina ningún dato, opinión, observación directa o experiencia, en base a su escasa relevancia o científicidad, se analiza sistemáticamente y con cierto detalle mediante el análisis didáctico, del que se extraen consecuencias para la realización de estudios teóricos o empíricos exploratorios previos, para la modificación de los modelos teóricos que se están utilizando, para una mejor delimitación del problema de investigación y para el diseño del estudio empírico. Estas conclusiones se deben añadir a las conclusiones “directas” de los antecedentes específicos y a las de los estudios exploratorios o teóricos realizados en su caso como consecuencia del análisis didáctico.

Metodología

Los estudios a realizar dentro del esquema que venimos configurando requieren, por propia naturaleza, de una metodología mixta y compleja. Esto significa que es necesario emplear métodos diversos que se sitúan en enfoques y paradigmas diferentes, como por ejemplo⁹:

- Métodos no empíricos:

Análisis Didáctico, incluyendo: análisis de contenidos matemáticos; análisis histórico; análisis fenomenológico; análisis epistemológico; análisis de libros de texto y de libros de matemáticas para conocer el tratamiento usual, los ejemplos, el orden de los contenidos, la importancia de los procedimientos, los conocimientos vinculados, etc.; análisis de tareas o fenomenología didáctica; consulta a expertos; opiniones de profesores, etc.;

- Métodos y técnicas metodológicas empíricas:

Estudios cuasi-experimentales (grupo experimental – grupo control); entrevistas clínicas semiestructuradas (con protocolo básico); investigación en la acción o “action research”; observación participante; triangulación; reflexión epistemológica; estudios de casos.

Instrumentos

Los *instrumentos de recogida de datos* son, igualmente, múltiples:

- Observación participante (protocolo) (el mismo profesor que desarrolla los tratamientos didácticos);
- Observación externa (protocolo) (tercera persona instruida);
- Cuestionarios alumnos (escala de actitudes, cuestionario de opiniones; cuestionarios de diferencial semántico; se pueden aplicar en distintos momentos de la

⁹ Para completar la información indicada en este apartado es necesario acudir a los apartados y al capítulo 5 en su totalidad.

investigación: previamente, durante el proceso y posteriormente);

- pruebas objetivas de rendimiento (previas y posteriores);
- entrevistas a alumnos (protocolo);
- registros (audio y/o video);
- registros informáticos de interacciones alumno-ordenador, en su caso;
- apuntes, cuaderno de ejercicios, material de trabajo del alumno;
- informes diversos.

Como *instrumentos de análisis de datos* podemos citar los siguientes:

Cuantitativos: estimación y contrastes de hipótesis, en su caso, análisis de la varianza, estadística descriptiva.

Cualitativos: análisis de registros, triangulación, reflexión, etc.

En cuanto a los instrumentos de recogida de datos es necesario hacer las siguientes puntualizaciones:

- Es importante justificar el contenido, la pertinencia y la validez de constructo de las pruebas objetivas, en particular de la prueba final, ya que van a soportar una parte importante de la carga de la prueba de la investigación (no olvidemos que se espera que los resultados sirvan para confirmar o rechazar la bondad del tratamiento, lo que constituye un aspecto central de la mayoría de los estudios dentro de esta tendencia).
- Es importante establecer registros y controles permanentes de la fidelidad de los procesos didácticos a los protocolos correspondientes. Para ello, es necesaria la observación del desarrollo de las sesiones mediante protocolos de observación que centren la atención en aspectos como los siguientes:
 - adecuación de los tratamientos a los protocolos establecidos para su desarrollo;
 - grado de imparcialidad del profesor;
 - desviaciones notables de lo previsto;
 - comportamiento de los alumnos;
 - diferencias / similitudes en los tratamientos;

Variabes, condiciones y controles

En general, se utilizarán los dos tipos de variables siguientes, aunque la determinación concreta de las mismas dependerá de cada problema particular investigado:

Dependientes: rendimiento, medido en términos de calificaciones a una prueba objetiva estándar, común a los dos grupos y realizada inmediatamente después del experimento; actitud y motivación, medidas mediante escalas validadas, entrevistas e informes de observación contrastados mediante triangulación.

Independientes y concomitantes: edad, número de horas de estudio al día, horas dedicadas a la resolución de problemas, rendimiento en matemáticas antes del inicio del estudio; notas en matemáticas en el mismo curso o en cursos anteriores; etc.

A continuación se incluyen algunas recomendaciones que se completan y explican extensamente en los capítulos de la tesis dedicados al estudio empírico:

Antes del diseño y de la realización de la fase experimental

Se ha de tener información que nos permita asegurar la equivalencia de los grupos o las diferencias que existen realmente entre ellos en los aspectos que conciernen al problema de investigación. Estas diferencias o semejanzas se han de tener en cuenta cuando se interpreten los resultados de la investigación. Para ello, puede ser necesario comprobar la hipótesis de normalidad de la población, la aleatoriedad de las muestras, la

equivalencia de los dos grupos (experimental y control) con respecto a las variables estudiadas, es decir, si proceden de la misma población o si son muestras con iguales medias y varianzas (homocedasticidad), etc..

Igualmente, es necesario establecer previamente los protocolos de ambos tratamientos, el protocolo de observación y los instrumentos de control y registro (audio, video, cuadernos de notas, hojas de registros, etc.).

El tratamiento didáctico control debe ser potencialmente tan eficaz como el otro. Es necesario vigilar que los alumnos reciban unas buenas clases de pizarra, impartidas por un buen profesor con un alto interés en que los alumnos aprendan, es decir, hay que procurar que el tratamiento control sea un tratamiento alternativo competitivo y fiable; si a pesar de ello se obtienen mejoras con el tratamiento experimental, las hipótesis del trabajo salen reforzadas.

Durante e inmediatamente después del desarrollo de la fase experimental se deben establecer y cuidar las llamadas garantías de imparcialidad, honestidad, pulcritud de los procedimientos, procedimientos de eliminación de circunstancias extrañas que pudieran incidir positiva o negativamente en los resultados, fidelidad a los resultados obtenidos, control de variables extrañas, eliminación y control de los efectos no deseados, de las circunstancias que pueden enmascarar los resultados, control y eliminación de las conocidas como “amenazas a la validez”, etc. Para ello, se debe registrar todo lo que ocurra que pueda ser relevante para el estudio.

Fases del estudio

Fase teórica, de preparación y fundamentación en la que se prestará atención a las siguientes actividades:

Búsqueda y revisión de antecedentes, análisis didáctico, desarrollo de los estudios teóricos y empíricos preliminares y exploratorios, preparación del diseño de los estudios empíricos.

Fase Experimental, en la que se llevarán a cabo las siguientes actividades:

Desarrollo de los tratamientos experimental y control, observación, controles, pruebas.

Fase de análisis de resultados y elaboración de conclusiones

Bibliografía

(se incluyen a continuación algunas de las principales referencias y fuentes de la línea de investigación. Se remite a las tesis doctorales mencionadas en la primera página para una información más completa sobre el tema)

Arzarello, F. (1999). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia. En poder del autor. Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga

Bartolini, M. (1998). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia: Analisi di un caso paradigmatico. En poder del autor. Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga

Galán, J. L. (2003). Integrales Múltiples con Derive. Un estudio de innovación curricular en primer curso de Ingeniería Técnica de Telecomunicación. Tesis doctoral, Universidad de Málaga, España.

Goetz, J. P. y Lecompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Morata, Madrid.

González, J. L. (1999a). Comentario a la Ponencia “Linee di tendenza della ricerca per l’innovazione in Italia: Analisi di un caso paradigmatico”. En *Actas da Escola de verao*. Santarem (Portugal).

González, J. L. (1999b). Contribución al panel “Qualidade da Investigacao”: Relevancia de la investigación para la calidad de la enseñanza. En *Actas da Escola de verao*. Santarem (Portugal).

González, J. L. (1999c). Didactical Analysis: A non empirical qualitative method for research in Mathematics Education. En *Proceedings of European Research in Mathematics Education I.II: Group 7*. Schwank, I. (edit.), Osnabrueck (Alemania).

González, J. L. (2000). Aproximación a un marco teórico y metodológico específico para la investigación en Educación Matemática. En *Actas III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, páginas 213–225. Valladolid.

González, J. L. (2003). Tendencia “Investigación para la innovación curricular en la acción en el aula de Matemáticas”. En poder del autor. Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga.

González, J. L. (2004). Investigaciones curriculares en Matemáticas y su incidencia en la práctica docente. En poder del autor. Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga.

González, J. L. y Ortiz, A. (2000). La investigación en Educación Matemática en la Universidad de Málaga: Estructura y fundamentos. En *Proceedings IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, páginas 131–146. Huelva.

Goyette, G. y Lessard H’ebert, M. (1988). *La investigación-acción*. Laertes, Barcelona.

Padilla, Y. (2003). *Integrales de Línea con Derive. Un estudio de innovación curricular en primer curso de Ingeniería Técnica de Telecomunicación*. Tesis doctoral, Universidad de Málaga, España.

Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Morata, Madrid.

Stenhouse, L. (1987). *La investigación como base de la enseñanza*. Morata, Madrid.