



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

Didáctica de la Matemática  
Facultad de Ciencias de la Educación

## Los algoritmos de la aritmética del número natural en el currículum de Educación Primaria

Al igual que ocurre en la numeración verbal y escrita que se confunden los números con sus representaciones, es frecuente que se confunda el término “operación” con el de “algoritmo”. Esta es una de las razones por las que conviene tratar el tema de los algoritmos aritméticos con independencia del significado de las operaciones aritméticas. Al hablar de algoritmos aritméticos podemos generalizar a todos los procedimientos sistemáticos y prácticos que nos faciliten la realización de un cálculo con alguna de las operaciones de la aritmética del número natural. Nos estamos refiriendo a las cuatro operaciones: suma, resta, producto y cociente (adición, sustracción, multiplicación y división). En este caso a la realización de sumas, a la realización de restas, a la realización de productos y a la realización de cocientes. En todos los casos nos referimos a tareas de lápiz y papel. En el presente documento no incluimos estrategias de cálculo mental aunque sean útiles y necesaria en la automatización de los algoritmos. El cálculo mental será tratado en un apartado posterior. Tampoco haremos alusión explícita al significado de las operaciones, necesario para dar sentido al algoritmo. Este significado procede de situaciones contextualizadas de juntar, añadir, separar, quitar, expandir, repartir, etc..

Según los estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática (Nacional council of teachers of mathematics, 1991. Editado por la Sociedad Andaluza de profesores de Matemáticas “THALES” ), en lo que respecta a los algoritmos y cálculos aritméticos :

Merecen más atención:

- Sentido operativo
- Cálculo mental (Se expondrán estrategias básicas en un apartado posterior)
- Estimación previa y razonabilidad de los resultados
- Pensar estrategias para operaciones básicas

Merecen menos atención:

- Cálculos complejos con lápiz y papel
- Tratamiento aislado de los cálculos con lápiz y papel
- Adición y sustracción “sin llevarse”
- Tratamiento aislado de divisiones
- División larga

- División larga sin resto
- Uso del redondeo para hacer estimaciones

### **Referencias a los algoritmos de las cuatro operaciones aritméticas en el Decreto de Educación Primaria**

En este apartado incluimos los textos que aluden a los algoritmos en el decreto para posteriormente realizar una crítica de los mismos. El decreto tan solo expone el siguiente párrafo en la página 171:

#### ***Conocimiento y utilización de los algoritmos para efectuar las cuatro operaciones con números naturales***

*Se potenciará la utilización de estrategias variadas para resolver operaciones numéricas, utilizando, al principio, algoritmos informales para el cómputo mental o gráfico de las cuatro operaciones*

*El aprendizaje de los algoritmos conllevará, siempre respetando el nivel de desarrollo de los alumnos y sus conocimientos aritméticos, la comprensión de los razonamientos subyacentes. Se cuidará especialmente la adecuada conexión entre la estructura del sistema de numeración, que los alumnos están aprendiendo, y los procedimientos utilizados en los algoritmos escritos.*

*El aprendizaje de las operaciones debe realizarse de forma aplicada y contextualizada, es decir, vinculada a aquellas situaciones reales que les presten significado. Se procurará que los alumnos detecten, se interesen y valoren en aquellos hechos o situaciones donde la obtención, ordenación e interpretación de datos numéricos, y las operaciones aritméticas realizadas con ellos, resulten significativas. Así mismo, se desarrollará el gusto por la presentación ordenada y clara de los datos y resultados.*

Nuestra crítica ha de comenzar por decir que el último párrafo no corresponde a lo que pretendemos en este trabajo sobre los algoritmos de las operaciones. Si leemos el texto vemos que se refiere a los significados de las operaciones y no a sus algoritmos. Por lo que no debe ser incorporado en el apartado “***Conocimiento y utilización de los algoritmos para efectuar las cuatro operaciones con números naturales***”

En cuanto a la comprensión de un algoritmo aritmético y a su construcción por parte del que aprende, hemos de hacer constar que el escolar debe dominar ciertas habilidades y tener interiorizadas acciones que funcionen a nivel de la representación mental. Por lo tanto, debemos contar a priori con cierto dominio operacional en los escolares.

Cuando el texto hace referencia a “algoritmos informales” es para diferenciar las estrategias de cálculo que surgen de manera espontánea en los niños (o adultos) que están iniciándose en los “algoritmos formales”. Un niño puede sumar  $24 + 9$  sin necesidad de escribir un número bajo el otro correctamente, sumar en primer lugar las unidades, llevarse una, sumar las decenas y concluir 33. Basta con un “algoritmo informal” de contar nueve a partir de 24.

En el segundo párrafo al hablar de “nivel de desarrollo de los alumnos” se refiere a los hechos psicológicos asociados a los aprendizajes matemáticos. Cuando alude a los “razonamientos subyacentes” hace referencia a procesos mentales, lógicos y aritméticos necesarios para la comprensión y asimilación de los algoritmos como requisitos previos a una automatización.

### **Los algoritmos aritméticos en el currículum de Educación Primaria Contenidos y orientaciones para un primer nivel de planificación curricular**

Las dificultades que presenta la enseñanza de los algoritmos de las operaciones aritméticas aconsejan una dedicación a los mismos en todos los cursos de la Educación Primaria. Los cursos básicos para su enseñanza son los cuatro primeros. Por ello expondremos los contenidos fundamentales de los mismos. Hay aspectos que los centros escolares deben especificar debido a las peculiaridades de sus alumnos que escapan a estas orientaciones.

Hay un fracaso importante en el algoritmo de la división. Existe un elevado porcentaje de alumnos que llegan a sexto curso y no poseen un dominio mínimo del algoritmo de la división. Es una situación que preocupa al profesorado. También les preocupa el no encontrar un método para conseguir un buen aprendizaje de las tablas de multiplicar.

En general es preocupante el hecho de un dominio de los algoritmos sin una comprensión. Muchos alumnos son brillantes en las rutinas pero no saben justificar los procesos de cálculo; lo que les impide razonar y pensar sobre lo que están haciendo. El abuso de recetas y rutinas impiden un adecuado desarrollo del razonamiento lógico y matemático de nuestros escolares.

#### **Primer curso (6-7 años)**

- Sumas y restas con números de una cifra.
- Descomposición aditiva en dos y tres sumandos de números de una cifra
- Descomposición aditiva en suma de sumandos iguales con números de una y dos cifras
- Descomposición en sumas y diferencias de números de dos cifras
- Descomponer aditivamente en decenas completas y unidades números de dos cifras
- Sumas de dos sumandos sin llevar, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una y dos cifras
- Sumas de dos sumandos llevando, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una y dos cifras
- Restas sin llevar, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una y dos cifras

- Restas llevando, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una y dos cifras
- Sumas de tres sumandos en disposición vertical. Con números de una y dos cifras
- Cálculo mental. Desarrollo de estrategias basadas en el conteo y en la descomposición numérica .

### **Segundo Curso (7-8 años)**

- Sumas y restas con números de dos cifras
- Descomposición aditiva en dos y tres sumandos de números de dos cifras
- Descomposición aditiva en suma de sumandos iguales con números de dos y tres cifras
- Descomposición en sumas y diferencias de números de dos y tres cifras
- Descomponer aditivamente en centenas, decenas y unidades números de tres cifras
- Sumas de de dos sumandos sin llevar, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una, dos y tres cifras
- Sumas de dos sumandos llevando, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una, dos y tres cifras
- Restas sin llevar, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una, dos y tres cifras
- Restas llevando, tanto en disposición vertical como horizontal. Con números de una, dos y tres cifras
- Sumas de tres sumandos en disposición vertical. Con números de una, dos y tres cifras
- Producto de números naturales de una cifra. Su símbolo. Automatización. Disposición horizontal y vertical
- Producto de un número de dos cifras por uno de una cifra. Automatización. Disposición horizontal y vertical
- Producto de un número de tres cifras por uno de una cifra. Automatización. Disposición horizontal y vertical
- Producto de números de dos cifras. Automatización
- Productos por 10 y 100.
- Divisiones con números de una cifra con resto y exactas.
- Cálculo mental. Desarrollo de estrategias basadas en el conteo y en la descomposición numérica

### **Tercer curso (8-9 años)**

- Ejercicios de sumas y restas con números de tres o más cifras
- Nomenclatura de los términos de una operación: sumandos; minuendo y sustraendo; factores, multiplicando y multiplicador, producto; dividendo, divisor, cociente y resto)
- Prueba de la resta
- Tablas de multiplicar. Tabla pitagórica
- Multiplicación por la unidad seguida de ceros

- Producto de un entero por decenas, centenas, millares ( $3 \times 400 = 3 \times 4 \times 100 = 12 \times 100 = 12000$ )
- Cálculo mental

### Cuarto curso (9-10 años)

- Insistir en los contenidos del curso anterior
- Sumas y restas con números superiores al millón. El alumno automatizará estas operaciones disponiendo los términos, comprenderá los efectos producidos en los resultados al aumentar o disminuir los números con los que se opera
- Realizará sumas y restas combinadas. El paréntesis
- Una primera justificación de porque  $a \times 0 = 0$
- Automatismo de la multiplicación
- Efectos producidos en los resultados al aumentar o disminuir los factores (Tanto aditivamente como multiplicativamente)
- Algoritmo de la división con divisores de dos y tres cifras.
- Efectos producidos en el resultado y el resto al variar los términos de la división
- Productos y divisiones aproximadas
- Cálculo mental
- Problemas relacionados con los algoritmos de las operaciones aritméticas. Por ejemplo determinar algunos huecos en una operación realizada previamente

## Errores frecuentes en el aprendizaje de los algoritmos aritméticos

### Errores en el aprendizaje del algoritmo de la suma

- El escolar no tiene en cuenta el número que se lleva

$$\begin{array}{r} 37 \\ + 25 \\ \hline 52 \end{array}$$

- Cuando los sumandos tienen distinto número de cifras, el escolar no sabe disponerlos en columnas:

$$\begin{array}{r} 3 \qquad 148 \\ + 678 \qquad + 25 \\ \hline 978 \qquad 398 \end{array}$$

- Cuando los sumandos tienen distinto número de cifras, el escolar suma unidades de distinto orden:

$$\begin{array}{r} 532 \\ + 4 \\ \hline 976 \end{array}$$

- El cero como elemento absorbente:

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 32 \\ \hline 90 \end{array}$$

### Errores en el aprendizaje del algoritmo de la resta

- El cero en el sustraendo como elemento absorbente:

$$\begin{array}{r} 89 \\ - 20 \\ \hline 60 \end{array}$$

- Al estar el cero en el sustraendo el escolar se confunde diciendo de 10 hasta..... En tal caso, el escolar aumenta en el sustraendo las unidades del orden superior en una unidad:

$$\begin{array}{r} 678 \\ - 250 \\ \hline 418 \end{array}$$

- Cuando el cero está en el minuendo escribe la cifra correspondiente del sustraendo:

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 15 \\ \hline 35 \end{array}$$

- Restar siempre el dígito menor del mayor.

$$\begin{array}{r} 3654 \\ - 2748 \\ \hline 1114 \end{array}$$

- Al igual que ocurre con la suma, el escolar no sabe colocar los números en disposición vertical, puede restar unidades de distintos ordenes o no terminar la operación:

$$\begin{array}{r} 287 \\ - 17 \\ \hline 117 \end{array} \quad \begin{array}{r} 935 \\ - 2 \\ \hline 713 \end{array} \quad \begin{array}{r} 986 \\ - 27 \\ \hline 59 \end{array}$$

### Errores en el aprendizaje del algoritmo de la multiplicación

- El escolar coloca incorrectamente los productos parciales, normalmente ajustándolos al lado derecho

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times 12 \\ \hline 750 \\ 375 \end{array}$$

- Mezcla el algoritmo de la multiplicación con el de sumar: sumando la que se lleva; escribe la que se lleva y no completa la operación; suma la que se lleva a la cifra siguiente del multiplicando antes de efectuar el producto parcial

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 3 \\ \hline 62 \end{array} \quad \begin{array}{r} 74 \\ \times 9 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 29 \\ \times 2 \\ \hline 68 \end{array}$$

- Si aparecen ceros en las últimas cifras del multiplicador el escolar olvida añadirlos al final

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times 30 \\ \hline 1035 \end{array}$$

- Si los ceros están intercalados el escolar olvida desplazar los productos parciales

### Errores en el aprendizaje del algoritmo de la división

- En las aproximaciones parciales del cociente no llegar al máximo posible y continuar, quedando restos parciales superiores al divisor
- Omitir ceros en el cociente
- Errores en los cálculos mentales de ir restando a medida que se realizan las multiplicaciones parciales
- Se reproducen de manera incrementada los errores que el escolar tiene en la resta y la multiplicación

### Orientaciones didácticas

Al hablar de errores no estamos hablando de problemas de aprendizaje escolar. Por ello el maestro al evaluar a sus alumnos debe considerar que el error no es determinativo en la calificación de un examen o de una tarea.

Solo si se encuentra con alumnos que sistemáticamente cometen errores hay que reflexionar e investigar sus causas para estudiar si hay problemas que necesiten algún tratamiento específico.

Si la enseñanza está basada en la repetición de ejercicios, con su receta correspondiente, abundan más errores que si utilizamos una metodología activa con materiales y recursos adecuados. Debemos intentar más comprensión y menos memorización.

Actualmente el maestro tiene pocos recursos didácticos para evitar los errores en sus alumnos y menos aún para el caso de algún escolar que tenga alguna dificultad específica. Lo usual es proponerle la realización de baterías con todo tipo de operaciones e intentar una mejora a base de repetir los mismos ejercicios.

Si nos encontramos con algún niño que no progresa y sigue cometiendo errores mientras sus compañeros superan las dificultades, puede que el problema escape al método y sean factores externos al aula los que provocan un bajo rendimiento en el niño. Entre los factores a tener en cuenta están el entorno próximo del niño y su desarrollo intelectual, sin olvidar su historial académico.

Cuando el problema está generalizado en una clase podemos pensar en el historial académico y en una mala metodología de enseñanza, no solo en que tengo los peores alumnos.

Debe quedar claro que para la comprensión de los algoritmos de las operaciones ha sido necesaria una comprensión del sistema posicional de representación numérica por parte del alumno.