



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación

Situaciones multiplicativas. Componentes de un problema multiplicativo.

Ya hemos indicado anteriormente que para que el alumno aprenda el significado de los conceptos asociados a las operaciones aritméticas, es necesario comenzar enfrentándolo a distintos tipos de situaciones, donde el niño podrá descontextualizar dicho conocimiento, de las particularidades de cada uno de los contextos utilizados. en los que la operación

Por ello el análisis y la consideración de todos los posibles contextos de las operaciones aritméticas es un elemento prioritario en nuestro estudio. En el caso concreto de la multiplicación y la división, además de realizar la clasificación de los problemas multiplicativos, que abarcarán ambas operaciones, realizaremos un estudio de las diferentes cantidades que intervendrán en ellos.

1.1.-Estructura de cantidades

Para describir la estructura de los problemas multiplicativos es necesario tomar en consideración la naturaleza de las cantidades que aparecen. El análisis de las cantidades que aparecen en los problemas nos permitirá clasificarlos y en función de esta clasificación podremos analizar su grado de dificultad y los errores que cometen los alumnos para resolverlos.

Una cantidad la podemos definir como un par ordenado (x,u) en el que x es un número y u una unidad de una determinada magnitud (Puig, 1.988). Ejemplos de cantidades son: 8 caramelos, 7 metros, 60 Km/h.

Dependiendo de la naturaleza de la magnitud, distinguiremos tres tipos de cantidades:

-Cantidad extensiva: como 8 caramelos, 7 metros, en las que la magnitud es de tipo absoluto. A su vez podemos hablar de cantidades extensivas discretas, en las que la unidad es el propio objeto: 8 caramelos, y cantidades extensivas continuas donde la unidad corresponde a una magnitud absoluta: 7 metros, 4 litros, etc.

-Cantidades intensivas: como 60 Km/h, 5 libros por estante, en las que las unidades corresponden a magnitudes relativas, o se pueden considerar como razones de magnitudes absolutas. Las cantidades intensivas tienen unidades compuestas, formadas por el cociente de dos unidades absolutas.

- Cantidades escalares. Son cantidades en las que las unidades no están explícitamente dadas, y tradicionalmente han sido consideradas como carentes de unidades. Ejemplos de ellas son: doble, triple o expresiones con el término “veces”. Algunos autores las han considerado como cantidades intensivas, en las que la unidad de magnitud está implícitamente dada, y que supone una relación entre dos magnitudes de la

misma naturaleza. Así: “La edad de María es tres veces la de Ana”, tres veces es una cantidad escalar que tiene la significación: 3 años de María por cada año de Ana.

Combinando los tres tipos de cantidades y las dos operaciones (multiplicación y división), aparecen las siguientes estructuras de cantidades (ExE, ExI, IxE, ExEs, E/E, E/I, I/E, E/Es, Es/E, etc) que analizaremos más detenidamente cuando realicemos el estudio de la componente semántico de los problemas multiplicativos.

1.2.-Componente semántica

Existen diferentes clasificaciones de problemas multiplicativos, nosotros utilizaremos los trabajos de Vergnaud y más concretamente la propuesta por Puig(1.988), que distingue tres tipos de categorías:

Isomorfismo de medida

Son problemas multiplicativos en los que existe una proporción o relación multiplicativa entre dos espacios de medidas distintos. En ellos, como en los aditivos, aparecen tres cantidades diferentes, dos de ellas corresponden a espacios de medidas distintos, definidos por dos cantidades que generalmente son extensivas y la tercera a la regla de correspondencia o isomorfismo entre ambos, definida por una cantidad intensiva.

Ejemplos de esta categoría de problemas lo constituyen:

“ Pedro tiene 5 cajas de naranjas, con 12 naranjas en cada caja. ¿ Cuántas naranjas tiene Pedro?”

“ Juan ha comprado 6 cuadernos. Si ha pagado 12 euros en total. ¿ Cuánto cuesta cada cuaderno?”

“ Felisa quiere repartir 25 caramelos entre sus amigos. Si a cada uno les da 5 caramelos, ¿ Para cuántos amigos tendrá?”

“ Si compro 6 libros y cada uno me cuesta 16 euros, ¿ Cuánto dinero me gasto?”

Del análisis de estos problemas podemos observar que en todos ellos se mantiene la siguiente estructura:

Espacio de Medida	Regla de correspondencia	Espacio de medida
5 cajas	12 naranjas por caja	¿? Naranjas totales
6 cuadernos	¿? Precio de cada cuaderno	12 euros
¿? Amigos	5 caramelos por cada amigo	25 caramelos
6 libros	12 euros cada libro	¿? Dinero

Dependiendo del dato desconocido y del papel que este desempeñe podremos distinguir tres tipos de problemas de isomorfismo de medida:

	Espacio Medida 1º	Regla de correspondencia	Espacio de medida 2
IM 1	conocido	conocido	desconocido
IM 2	conocido	desconocido	conocido
IM 3	desconocido	conocido	conocido

Las estructuras de cantidades de estos problemas serán por tanto:

IM 1: $Ex I = E$

IM 2: $E/E = I$

IM 3: $E/I = E$

En los problemas IM 1 la operación a realizar será una multiplicación, mientras que en los IM 2 y IM 3, serán sendas divisiones, en la primera de ellas es una división partitiva y en la segunda una de tipo cuotitiva.

Comparación multiplicativa

Son problemas multiplicativos con una estructura similar a los isomorfismos de medida; existe una comparación multiplicativa entre dos espacios de medidas, pero a diferencia de la categoría anterior, ambos espacios de medidas están definidos a partir de la misma magnitud, y como consecuencia de ello la comparación está definida mediante un escalar.

Como en la categoría anterior existen tres posibilidades dependiendo de la situación de la cantidad incógnita:

	Espacio Medida 1º	Regla de correspondencia	Espacio de medida 2
CM 1	conocido	conocido	desconocido
CM 2	conocido	desconocido	conocido
CM 3	desconocido	conocido	conocido

Ejemplos de estas categorías de problemas son los siguientes:

“Juan tiene 8 euros. Felipe tiene 3 veces los euros de Juan. ¿Cuántos euros tiene Felipe?”

“María tiene 12 bombones, si Andrés tiene 2 bombones, ¿Cuántas veces tiene María los bombones que tiene Andrés?”

“Andrés tiene 6 bombones y María tiene tres veces los bombones de Andrés, ¿Cuántos bombones tiene María?”

La estructura de cantidades de estos problemas es:

$$\text{CM 1 : } E \times E_s = E$$

$$\text{CM 2 : } E/E = E_s$$

$$\text{CM 3 : } E/E_s = E$$

La dificultad que pueden tener estos problemas a la hora de diferenciar los papeles de los dos espacios de medidas, como en el caso de los problemas comparativos aditivos, la resolverá mediante un análisis de la proposición donde se encuentra la partícula comparativa. Así, en el primer problema planteado anteriormente: Los euros de Juan constituye el primer espacio de medida o espacio de referencia, mientras que los euros de Felipe constituyen el segundo espacio de medida o espacio comparado.

Como en el caso de los problemas de isomorfismo de medida, las operaciones a realizar son: en los CM 1 una multiplicación, mientras que en CM 2 una división partitiva y en CM 3 una división cuotitiva.

Producto de medidas

A estos problemas también se les denomina problemas de producto cartesiano, y se caracterizan por la existencia de un producto cartesiano entre dos espacios de medidas M_1 y M_2 , en un tercer espacio de medida M_3

Los problemas en los que aparecen áreas, volúmenes y otros conceptos físicos son de esta categoría. También los problemas multiplicativos llamados

combinatorios pertenecen a esta categoría. Como ejemplo de estos últimos propondremos el siguiente: “María tiene 5 pantalones y dos blusas. ¿De cuantas formas distintas se puede vestir María?”

Dependiendo de la situación de la incógnita distinguimos dos tipos de problemas:

	M ₁	M ₂	M ₃
PM 1	Conocido	Conocido	Desconocido
PM 2	Conocido	Desconocido	Conocido

La estructura de cantidades de estos problemas es la siguiente:

$$\text{PM 1: } E \times E = E$$

$$\text{PM 2 : } E/E = E$$