



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación

Orientaciones didácticas para la enseñanza-aprendizaje del algoritmo de la multiplicación.

La construcción y utilización del algoritmo de la multiplicación y en concreto la forma que adoptan las operaciones de números de dos o más dígitos entre sí, es la forma final de un proceso que parte de los hechos multiplicativos básicos Maza(1.991). Los requisitos previos para desarrollar este algoritmo son los siguientes:

- Memorización de los hechos multiplicativos básicos.
- La descomposición de un número por el valor posicional de sus cifras. El alumno debe de poseer un comportamiento flexible del sistema posicional para descomponer y reestructurar las cantidades que intervienen en la multiplicación para abordar correctamente una de las principales causas de los errores algorítmicos: la presencia de llevadas.
- La multiplicación por potencias de diez. Este tipo de operación es casi tan simple como las multiplicaciones básicas, y es fundamental para el buen desarrollo del algoritmo de la multiplicación, ya que al multiplicar 5×437 , las operaciones que se realizan son: 5×7 , $(5 \times 3) \times 10$, $(5 \times 4) \times 100$.
- La multiplicación por múltiplos de diez y sus potencias. El requisito anterior sólo es aplicable a multiplicaciones por 10, 100, 1000, etc. Sin embargo, su aplicabilidad se puede extender a multiplicaciones por 20, 30, ..., 200, 300, etc.
- El dominio de las propiedades multiplicativas. Las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva son fundamentales para el algoritmo de la multiplicación.

Una vez adquiridas estas destrezas y aclarados los conceptos se inicia lo que es propiamente el algoritmo de la multiplicación, empezando por la multiplicación de números de una cifra por números de dos o más cifras, para ir ampliando a multiplicadores de dos cifras. Una vez adquirido el proceso del algoritmo con números de dos cifras por dos o más cifras se puede extender fácilmente a cualquier multiplicación.

Antes de pasar a desarrollar brevemente cada una de las etapas anteriores, daremos unas orientaciones didácticas generales para la obtención del algoritmo de la multiplicación basadas en la propuesta llamada “método Wiskobas” de enseñanza de los algoritmos, grupo holandés surgido a principio de los años 80 y que se caracteriza por la utilización de los siguientes principios:

- 1) Se parte de un contexto de problemas y no de simples ejercicios numéricos. Con ello se gana en motivación y acercamiento a las situaciones cotidianas.
- 2) El primer tratamiento del problema es la realización de una suma reiterada que, paulatinamente, se va sustituyendo por el empleo de métodos multiplicativos.

- 3) El papel de las multiplicaciones por 10 y por 100 resulta esencial para incrementar y progresar en la esquematización multiplicativa de la suma reiterada.
- 4) El cálculo debe ser flexible y se debe contar con posibles alternativas, de modo que no se tiene por que alcanzar forzosamente la forma clásica. Las propiedades jugarán un papel fundamental y podrán ser sugeridas cuando no se alcancen de forma espontánea.

El método Wiskobas aunque ofrece un camino hacia el algoritmo clásico, no presupone la obligatoriedad para el alumno de alcanzarlo saltando por encima de su capacidad de adquisición.

A continuación realizaremos algunas consideraciones sobre algunos de los requisitos previos propuestos por Maza.

La memorización de los hechos numéricos y la descomposición de un número por el valor posicional de sus cifras han sido tratados anteriormente, así que no nos extenderemos en más consideraciones.

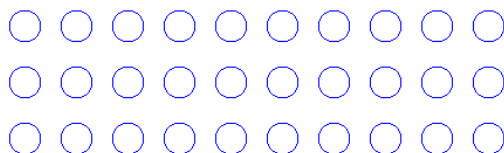
- **Multiplicación por potencias de diez.**

Este requisito previo consideramos que estará superado cuando el niño reconozca, de forma significativa: “si multiplicas un número por diez, el resultado es ese mismo número al que se le añade un cero a su derecha; si lo multiplicas por cien, le añadimos dos ceros a la derecha y así sucesivamente”.

Para hacer significativo esta regularidad se recomienda plantear situaciones-problemas como las siguientes:

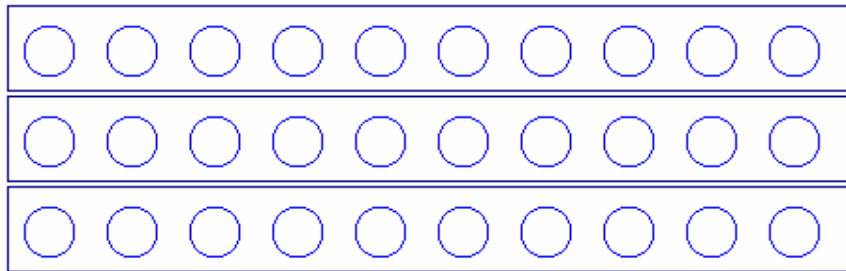
Juan ha plantado tres filas de árboles con diez árboles en cada una ¿Cuántos árboles ha plantado en total Juan?

Para resolver situaciones como la anterior y siguiendo las directrices marcadas en los otros algoritmos y en la resolución de problemas, es conveniente en primer lugar resolverlos aplicando un modelo concreto, de manera que el niño pueda manipular con él. Y dado que nos encontramos con situaciones multiplicativas en las que esta aparece como una suma de sumandos iguales, contexto multiplicativo mas adecuado para iniciar su aprendizaje, podremos ayudarnos de esquemas aditivos para resolverlas.



3 veces 10 son 30

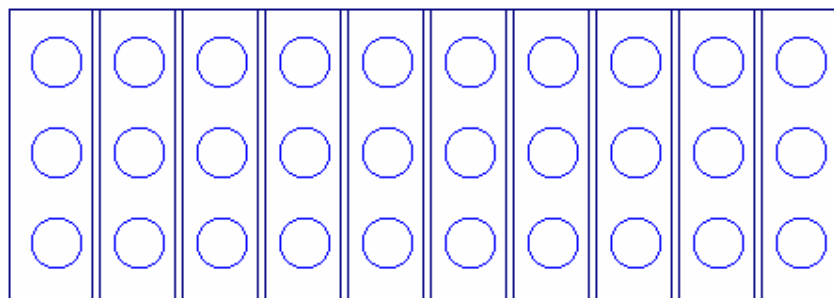
También puede ser éste un buen momento para hacer visible propiedades como la conmutativa; pues la anterior distribución de árboles puede computarse de dos formas diferentes, aunque con resultados iguales.



3 filas de 10 árboles cada una son 30 árboles en total

$$3 \times 10 = 30$$

O también:



10 filas de 3 árboles cada una son 30 árboles en total

$$10 \times 3 = 30$$

Repitiendo situaciones como la anterior llegará a reconocer:

$$2 \text{ veces } 10 \text{ son } 20 \text{ ó } 2 \times 10 = 20$$

$$3 \text{ veces } 10 \text{ son } 30 \text{ ó } 3 \times 10 = 30$$

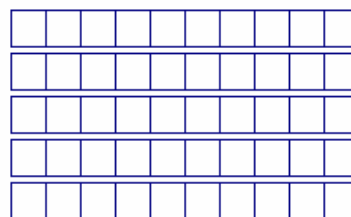
.....

También podemos utilizar materiales didácticos como bloques multibase, regletas o ábacos para conseguir este resultado.

Con bloques multibase podemos pedirles que traduzcan las cantidades presentes en los problemas y por tanto tomen varias barras y no digan las unidades a las que equivalen..



3 barras son 30 unidades ó 3×10 son 30



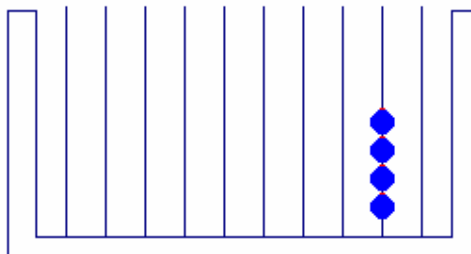
5 barra son 50 unidades ó $5 \times 10 = 50$

Con regletas podemos formar “trenes” con regletas naranjas (10), y preguntarles por sus equivalentes en blancas (1)



3 regletas naranjas son 30 blancas ó $3 \times 10 = 30$

En el caso del ábaco podemos proponerle que tome varias cuentas en la barra de las decenas y nos diga el resultado obtenido.



4 decenas son 40 unidades ó 4×10 son 40

De la misma forma procederemos para resultados como los anteriores pero en los que están implícitos multiplicadores 100, 1000, etc. Para estas situaciones las regletas dejan de ser un material adecuado, dada la ausencia en este material de elementos que representen centenas, unidades de mil, etc.

Otro modelo que puede permitirnos trabajar estas cuestiones lo constituye nuestro sistema monetario.



4 billetes de 10 euros son 40 euros ó 4×10 son 40



3 billetes de 100 euros son 300 euros ó 3×100 son 300

- Multiplicación por múltiplos de diez y sus potencias.

Cuando la multiplicación por 10 y 100 se domina suficientemente, junto a los hechos multiplicativos básicos, se puede abordar la multiplicación de un número por los múltiplos de la decena y la centena.

Siguiendo un proceso parecido al anterior se le pueden plantear situaciones como la siguiente:

Cada sobre de cromos te cuesta 20 céntimos. Si quieres comprar 3 sobres. ¿Cuánto dinero deberás pedir a tus padres?

Los niños empiezan sumando 3 veces 20:

$$20 + 20 = 40$$

$$40 + 20 = 60$$

Para que se den cuenta que no es necesario ir sumando de 20 en 20, sino que es suficiente multiplicar 3 por 2 y añadir un cero, es conveniente modelizar estas cantidades mediante los materiales didácticos ya conocidos: bloques, regletas y ábacos o materiales similares.

Con bloques tomaremos 3 veces 20, cogiendo en primer lugar dos regletas como 20 y después tres veces estas dos regletas; así quedarán 6 regletas que equivalen a 60 unidades.



3 veces dos barras son 6 barras



6 barras son 60 unidades



3 veces 20

Con regletas podremos modelizar situaciones en las que intervengan múltiplos de 10 con sólo dos cifras: 20, 30,... En este caso tomaremos en primer lugar regletas naranjas para representar al múltiplo de 10 y a continuación tantos grupos de los anteriores como indique el multiplicando. Para obtener el resultado compondremos un tren de regletas:

3 veces dos regletas naranjas



6 regletas naranjas son 60 blancas

$$3 \times 20 = 60$$

Planteando distintos casos y estudiando las regularidades se llega a que multiplicar por un múltiplo de diez es multiplicar por el número de decenas y añadir un cero, si se trata de centenas sería similar.

-Dominio de las propiedades multiplicativas

Cuando hemos analizado las diferentes concepciones del término operación distinguimos entre la concepción matemática formal y la concepción de operación como las diferentes acciones que podemos ejercer sobre cantidades. En el primer contexto las propiedades de las operaciones tienen el sentido de mostrar la estructura del conjunto donde se definen estas, a la vez que permitirán orientar las operaciones con expresiones algebraicas.

Cuando hablamos de propiedades en estos niveles de enseñanza debemos entenderlas como regularidades que facilitarán las expresiones y las composiciones de las acciones ejercidas sobre las cantidades en juego. Así, la propiedad conmutativa les permitirá operar en cualquier orden, la asociativa les permitirá organizar de diferentes formas la composición de varias cantidades, etc.

Carlos Maza propone la siguiente metodología para permitir acceder a ellas:

-Comparar diferentes acciones realizadas sobre cantidades a través de manipulación.

-Realizar representaciones gráficas de las diferentes acciones realizadas y compararlas.

-Expresar verbalmente las regularidades encontradas.

-Expresión numérica de las regularidades encontradas.

-Aplicación de estas regularidades a la resolución de problemas que aconsejen su aplicación.

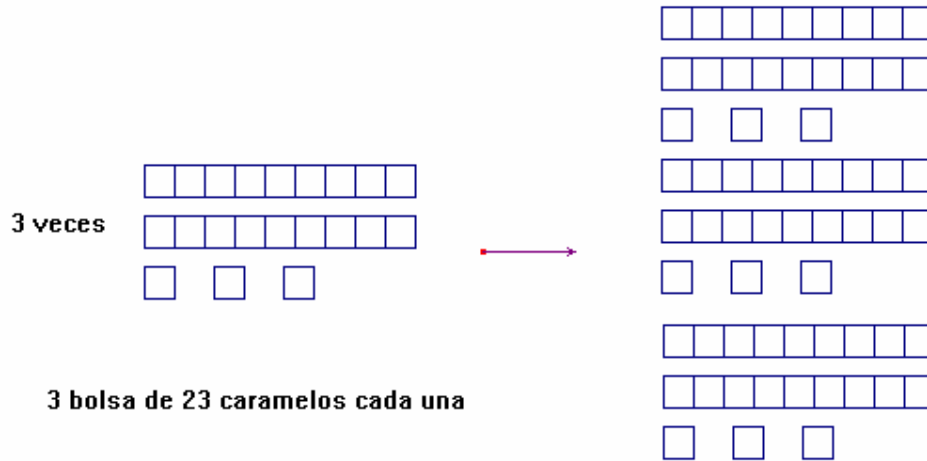
Para ampliar este proceso en cada una de las propiedades te proponemos leer el capítulo 6º “Propiedades elementales” del libro de Carlos Maza “ Enseñanza de la multiplicación y división” .

-Multiplicador de un dígito y multiplicando de dos o más cifras.

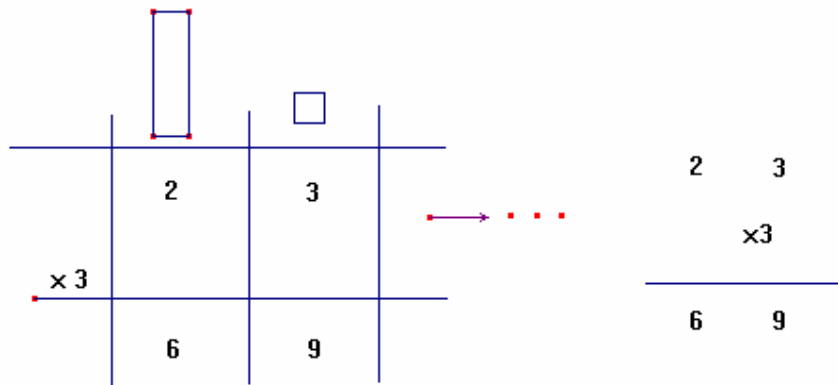
Aquí podemos considerar que se inicia la construcción del algoritmo de la multiplicación. Para ello podemos plantear problemas en el que el multiplicando sea una cantidad de dos o tres dígitos y el multiplicador de una cifra. Pero en primer lugar tomaremos cantidades en los problemas de manera que no se produzcan llevadas. Así podemos plantear situaciones como la siguiente:

“Compramos tres bolsas de caramelos de 23 caramelos cada una ¿Cuántos caramelos compraremos en total?”

En primer lugar es posible que muchos niños lo aborden con ideas aditivas: $23 + 23 + 23$, si se ha trabajado suficientemente las ideas asociadas a la operación multiplicación, como las asociadas a: duplicar, triplicar, dos veces, tres veces, etc y representando las cantidades con los materiales didácticos:



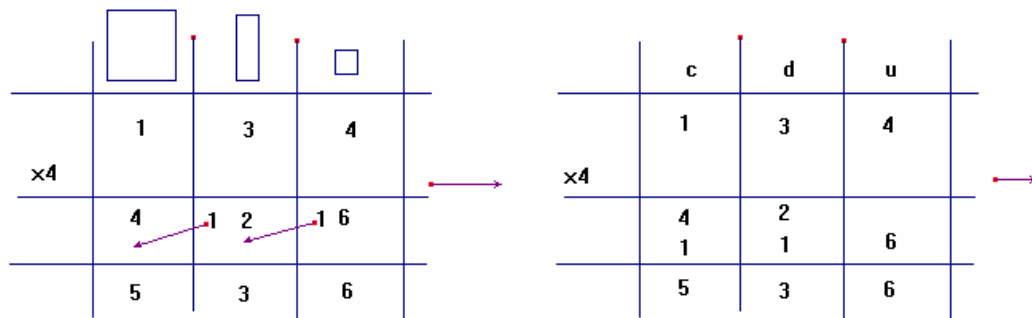
Procediendo de la misma forma en como lo hemos hecho con los algoritmos de suma y resta, representaremos lo hecho con carteles de posición:



De la misma forma procederemos a continuación con situaciones en las que las cantidades que aparecen obligan a realizar llevadas:

“Compramos 4 lápices a 134 céntimos cada uno ¿Cuánto nos cuesta la compra?”

Primero traducimos el precio de cada lápiz utilizando para ello por ejemplo los bloques y después de resolver manipulando la situación, pasamos a representar en un lenguaje gráfico y posteriormente simbólico el proceso seguido:



$$\begin{array}{r}
 134 \\
 \times 4 \\
 \hline
 11 \\
 426 \\
 \hline
 536
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 134 \\
 \times 4 \\
 \hline
 536
 \end{array}$$

Hay autores que recomiendan introducir en este proceso anterior expresiones intermedias como:

$$\begin{array}{r}
 100 + 30 + 4 \\
 \times 4 \\
 \hline
 400 + 120 + 16 \\
 \hline
 500 + 30 + 6
 \end{array}$$

Después de haber asimilado bien el algoritmo de la multiplicación por una cifra, y ya no haya necesidad de representar las unidades que hay que trasladar a la columna siguiente se puede pasar a la multiplicación por dos cifras.

- **Multiplicador de dos dígitos y multiplicando de dos o más dígitos.**

Se inicia como en todos los casos anteriores con problemas reales, analizar como resuelve el niño las multiplicaciones y partiendo de ahí, iniciar el algoritmo con dos cifras. Este se basa en descomponer el multiplicador en unidades y decenas, utilizar la propiedad distributiva y las multiplicaciones por múltiplos de diez. El niño ya sabe multiplicar por una cifra y que multiplicar por 20, 30, etc. es lo mismo que multiplicar por 2,3, etc. y añadir un cero a la derecha por lo que se puede proceder a representar las multiplicaciones de la siguiente forma:

Los 34 alumnos del curso de Juan van a realizar un viaje a Madrid. Si cada uno debe pagar 128 euros ¿ Cuánto habrá que recaudar?

$$\begin{array}{r}
 128 \\
 \times 34 \\
 \hline
 512 \\
 3840 \\
 \hline
 4352
 \end{array}$$

Antes de iniciar el algoritmo se puede recordar las multiplicaciones por múltiplos de diez, 20,30 etc.

Una vez que se ha afianzado la multiplicación por dos cifras, suprimiendo los ceros a la derecha, se puede extender sin grandes dificultades a tres o más cifras. Una de las dificultades que se presentan es cuando el multiplicador tiene un cero intermedio, por ejemplo, 435×204 , en este caso debemos de empezar poniendo todos los ceros que correspondan a multiplicar por el cero, hasta que se den cuenta que lo único que ocurre es que al multiplicar por el siguiente número hay que correr un lugar.

$$\begin{array}{r}
 435 \\
 \times 204 \\
 \hline
 1740 \\
 000 \\
 870 \\
 \hline
 88740
 \end{array}$$

Bibliografía

- Maza, C (1991). Enseñanza de la multiplicación y división. Madrid: Síntesis.
 Dickson y Brown. (1991). El aprendizaje de las Matemáticas. Barcelona: Labor.
 Gómez, B. (1998). Numeración y Cálculo Madrid: Síntesis.
 Castro, E. (ed.) (2001). Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.