



UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA

Didáctica de la Matemática  
Facultad de Ciencias de la Educación

### **Enseñanza comprensiva versus enseñanza instrumental de los algoritmos de las operaciones aritméticas.**

A la hora de abordar la enseñanza de los algoritmos de las operaciones aritméticas nos encontramos con dos propuestas diferentes, por una parte el aprendizaje de las rutinas que conllevan desechando todos los aspectos relacionados con la comprensión de las mismas y por otra la que llamaremos “comprensión relacional”, en gran medida opuesta a la anterior, en la que la comprensión de las relaciones y los significados de las rutinas implícitas en estos algoritmos jugarán un papel primordial.

La primera propuesta supone aprender como una simple secuencia de acciones que se deben ejercer sobre los números en cuestión:

“Coloco el minuendo encima del sustraendo, de manera que coincidan en columnas las unidades del mismo orden”

“A las unidades del minuendo les resto las del sustraendo. Si no es posible, aumento en diez unidades las del minuendo y procedo como al principio”

“Cuando hacemos esto decimos que nos llevamos una y la sumo a las decenas del sustraendo”

“A las decenas del minuendo les resto las del sustraendo...”

Un ejemplo de este tipo de metodología lo podemos encontrar en los siguientes textos:

*TRATADO DE ARITMETICA: Juan Cortázar. Madrid 1862.*

#### Algoritmo de la suma

“ Para sumar números enteros, se colocan unos debajo de otros, de manera que se correspondan las cifras de igual orden. Se suman en seguida las unidades simples, y si esta suma contiene una o más decenas, se guardan para añadirlas a la suma de las decenas, y solo se escriben las unidades restantes. Se suman las decenas, y si esta suma contiene una o más centenas, se guardan para añadirlas a la suma de las centenas, y solo se escriben las decenas restantes; y así sucesivamente.”

#### Algoritmo de la resta

“ Para restar un número entero de otro entero mayor, se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las cifras de igual orden. Se restan en seguida las unidades simples del sustraendo de las del minuendo, y se escribe el resto; se restan las decenas del sustraendo de las del minuendo, y se escribe el resto; y así sucesivamente.”

#### Algoritmo de la multiplicación

1º.- "La multiplicación de un número de una cifra por otro de una cifra se efectúa fácilmente por las tablas de multiplicar."

2°.- *"Para multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola, se multiplican sucesivamente las unidades simples, las decenas, las centenas, etc. del multiplicando por el multiplicador, se escribe las cifras de las unidades de cada producto parcial, y se guardan las decenas para añadir las al producto parcial siguiente. ( Entendemos aquí por producto parcial el producto de cada cifra del multiplicando por la cifra de que consta el multiplicador ).*

3°.- *"Para multiplicar un número de varias cifras por otro que también tenga varias cifras, se multiplica el multiplicando por cada cifra significativa del multiplicador, y los productos parciales se colocan unos debajo de otros de modo que la primera cifra de la derecha de cada uno de ellos ocupe el mismo lugar que la cifra correspondiente del multiplicador; y después se suman los productos parciales. "*

LECCIONES DE ARITMÉTICA: Bernardino Sanchez Vidal. Madrid 1866.

Algoritmo de la suma

*" Para sumar números enteros se escriben los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades de una misma especie, se tira una raya por debajo y se suman respectivamente todos los órdenes de unidades, principiando por las de especie inferior, y si de estas sumas parciales resulta alguna unidad del orden superior, se reserva para sumarla con este orden, escribiendo solamente la cifra de las unidades de cada especie."*

Algoritmo de la resta

*" Para restar un polidígito de otro, se escriben de modo que se corresponda las unidades de una misma especie, se tira una raya por debajo y se resta de cada cifra del minuendo su correspondiente del sustraendo, principiando por la derecha; y si alguna cifra del minuendo fuese menor que su correspondiente del sustraendo, se tomará una unidad del orden inmediatamente superior y se descompondrá en unidades de la especie que se va a restar, teniendo cuidado de considerar con una unidad menos la cifra de la cual se tomó. "*

Algoritmo de la multiplicación

*" Para multiplicar un polidígito por un dígito, se multiplican todas y cada una de las cifras del polidígito por el dígito, principiando por las de menor orden; y si algunos de estos productos parciales contiene unidades del orden superior, se reservan para unir las al producto parcial siguiente, escribiendo tan solo la cifra de las unidades."*

*" Para multiplicar dos polidígitos, se multiplica todo el multiplicando por cada cifra del multiplicador, se colocan estos productos los unos debajo de los otros de modo que se correspondan la primera cifra de cada uno con su correspondiente del multiplicador, se suman, y el resultado será el producto total. "*

Algoritmo de la división

*" Para dividir un número por otro, se escribe el dividendo y a continuación el divisor subrayado, separados por dos puntos ó una raya; después se toman a la izquierda del dividendo tantas cifras como hay en el divisor o una más si el número que resulta es menor que dicho divisor; se efectúa la división de esta porción del dividendo por el divisor : se dividirá la primera o dos primeras de la porción del dividendo, según tenga tantas cifras como el divisor o una más, por la primera cifra del divisor; la cifra hallada se multiplica por el divisor; y si el producto es igual o menor que la porción del dividendo, la cifra será la buena; pero si da un producto mayor, se irán bajando unidades hasta hallar un producto que se pueda restar, en cuyo caso la cifra*

*últimamente ensayada será la cifra del orden superior del cociente. Al lado del resto se baja la cifra siguiente, y el número resultante se divide por el divisor, lo que da la segunda cifra del cociente; se multiplica ésta por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial correspondiente. Al lado del resto, se baja la cifra que sigue en el dividendo, y así se continúa hasta que no haya más cifras que bajar; en cuyo caso, si el último resto es cero, la división será exacta y el cociente multiplicado por el divisor dará el dividendo; si no lo es, la división es inexacta y el dividendo será igual al producto del cociente entero por el divisor más el resto. "*

Estas dos propuestas (método instrumental y comprensión relacional) han sido extensamente discutidas en el terreno del aprendizaje de los algoritmos. Entre las razones que se han expuesto para defender una y otra propuesta podemos destacar:

A favor del método instrumental de enseñanza de los algoritmos.

-Los algoritmos de las cuatro operaciones fundamentales pueden aprenderse perfectamente como una simple rutina sin que sea necesario ningún avance conceptual previo.

-La enseñanza y el aprendizaje de los algoritmos de forma instrumental supone a corto plazo un razonable funcionamiento.

-La enseñanza significativa de los algoritmos necesita más tiempo, mas dedicación y además necesita de materiales y recursos para su aprendizaje.

A favor de la segunda propuesta:

-El aprendizaje significativo de los algoritmos facilitan su retención a largo plazo. Pues permite su reconstrucción si son olvidados. Con la enseñanza instrumental, al tener una buena carga memorística, terminan los niños olvidando parte de las rutinas y en muchos casos terminan sustituyendo estas lagunas por invenciones propias.

-El aprendizaje significativo de los algoritmos puede suponer un medio para alcanzar otros objetivos, completar la construcción del propio sistema de numeración decimal, trasferencias a otros aprendizajes (algoritmos con números decimales, etc), avanzar en el desarrollo de capacidades, etc.

-El aprendizaje significativo de los algoritmos reduce el número de errores cometidos.

-Hay autores que consideran muy recomendables procedimientos metodológicos "significativos" para niños rezagados que padecen "averías" en la aplicación de algún algoritmo.

### **Orientaciones didácticas para la construcción significativa del algoritmo de la suma.**

Para esta construcción, recorreremos las tres etapas: manipulación, representación gráfica y representación simbólica, que con carácter general son de aplicación para la construcción de las nociones matemáticas elementales.

Abordaremos en primer lugar algoritmos con dos sumandos de dos cifras sin llevadas y a continuación con llevadas. Después repetiremos el proceso con números de tres cifras y con cuatros cifras.

#### **1. Comenzar con actividades que sugieran la necesidad de procedimientos para poder calcular sumas de números grandes.**

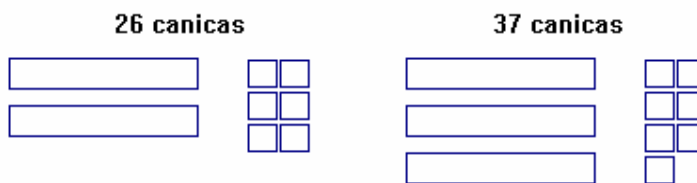
Los niños y niñas han calculado pequeñas sumas a partir del recuento, al presentarles sumas con cantidades mayores como  $23+18$ , intentan seguir con sus

procedimientos habituales ( contar uno a uno a partir del primero, etc.), pero estos resultan pesados y casi imposibles cuando se trata de cantidades como  $56+42$ . Es necesario encontrar un nuevo instrumento que nos permita resolver estas situaciones.

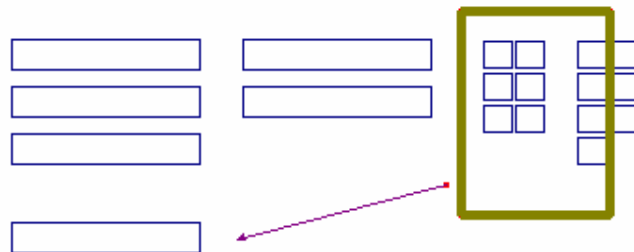
## 2. Etapa manipulativa. Uso de material (ábaco, bloques multibase, etc.)

Seguiremos las orientaciones de G. Mialaret en el proceso hacia la construcción de las operaciones aritméticas, en el sentido de comenzar proponiendo situaciones de suma, en las que como hemos indicado anteriormente, no se puedan utilizar las estrategias anteriores. Por esta razón intentaremos traducir, a materiales didácticos ( bloques multibase, ábacos, etc.), las cantidades que aparezcan en estos problemas.

Por ejemplo, “ Juan tiene 26 canicas y su hermano 37. ¿ Cuánto tienen entre los dos?”



Que agrupando nos resulta:



**En total tiene 5 barras y 13 unidades  
ó 5+1 barra y 3 unidades= 6 barras y 3 unidades**

La utilización de este tipo de materiales permite ir construyendo poco a poco los distintos pasos del algoritmo de una forma significativa, no se trata de proporcionar simplemente reglas, sino comprender de donde surgen. Después de trabajar el tiempo necesario con estos materiales para que lleguen a resolver las sumas con facilidad, evidentemente hay que ir trasladando estas acciones a un lenguaje gráfico y por último a un lenguaje simbólico, al lenguaje matemático y la expresión de los algoritmos estándar, que sería el siguiente paso.

## 3. Paso de la manipulación al lenguaje gráfico y simbólico.

El paso de la manipulación al algoritmo escrito debe realizarse con cuidado, hay que dar sentido a cada paso e ir poco a poco, no se puede pasar directamente si no queremos que se pierda la conexión entre lo concreto y lo abstracto y en ella la comprensión del algoritmo escrito.

En la Fig. 8, se presenta una secuencia de pasos desde un material concreto y estructurado como los bloques multibase al algoritmo estándar. Después de utilizar los bloques multibase para el algoritmo de la suma se puede pedir a los niños que

representen lo que han hecho gráficamente, traduciendo después estas acciones paulatinamente a un lenguaje simbólico.

En esta secuenciación se ha introducido un prealgoritmo en el antepenúltimo paso, donde se escriben las sumas parciales, lo que facilita el cálculo pues no hay que mantener en la memoria la unidad que hay que añadir a la columna de las decenas, mientras se realiza la suma siguiente. Esto es un ejemplo de una serie de pasos para ir desde el cálculo de la suma con material concreto al algoritmo estándar, entre el primer y último paso tienen que realizarse una gran cantidad de actividades y pasar bastante tiempo. El paso de un tipo a otro de actividad lo debe de marcar el niño. Habrá niños o niñas, por ejemplo por problemas de lateralización, que necesiten representar durante mas tiempo las barras verticales de separación entre decenas y unidades, incluso mantenerlas en los últimos de la secuenciación. También nos podemos encontrar con niños y niñas que necesiten registrar las llevadas durante mas tiempo.

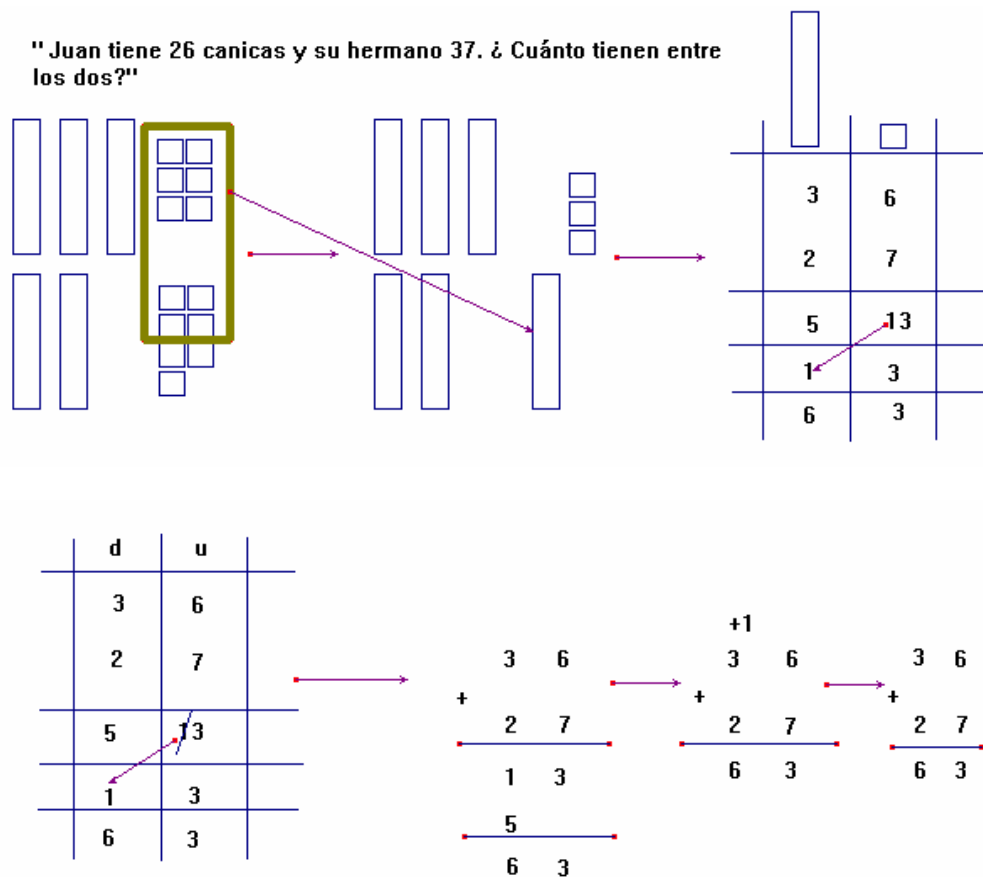


Fig. 8.

**Bibliografía**

Maza, C (1991). Enseñanza de la Suma y de la Resta. Madrid: Síntesis.  
 Dickson y Brown. (1991). El aprendizaje de las Matemáticas. Barcelona: Labor.  
 Gómez, B. (1998). Numeración y Cálculo Madrid: Síntesis.  
 Castro, E. (ed.) (2001). Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.