

Currículo de Matemáticas en Educación primaria
Algunas consideraciones para el maestro
Introducción a los sistemas de representación numérica

El currículo de matemáticas para Educación Obligatoria es un plan de de formación que se propone ofrecer propuestas concretas sobre modos de:

- Entender el conocimiento matemático
- Interpretar el aprendizaje de las matemáticas
- Poner en práctica la enseñanza de las matemáticas
- Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes

El conocimiento matemático no es unívoco. Existen distintas construcciones del edificio matemático. Las diferencias son debidas a distintas etapas históricas de construcción del saber matemático. Las matemáticas no han sido ajenas a la evolución del conocimiento y por ello han llegado a nuestros días tendencias y formas muy dispares de interpretación y construcción de cualquier concepto matemático de importancia, como pueden ser el concepto de número o el de medida, tan importantes en Educación Primaria.

Las tendencias en Psicología del Aprendizaje también se hacen notar en la enseñanza de la matemática. Según el paradigma psicológico elegido, llegamos a interpretar de un modo u otro, el como se produce el aprendizaje de las matemáticas en los escolares. Ello lleva a la construcción de distintos modos y estilos de enseñanza.

La puesta en práctica de la enseñanza depende del modelo de sociedad en el que se desarrolla. Debe ajustarse a una finalidad formativa determinada y a unos medios determinados. No es solo enseñar matemáticas por enseñarlas. A la hora de desarrollar un currículum la institucionalización del saber influye en su desarrollo. Existen distintas instituciones que intervienen en la educación dependiendo unas de otras y por tanto, la enseñanza de la matemática se lleva a cabo en un entramado complejo ajeno al profesorado que en la mayoría de las ocasiones dificulta el poder realizar un proyecto formativo adecuado. Existen factores económicos, sociales y culturales que condicionan cualquier proceso educativo.

La valoración del aprendizaje conseguido dependerá en su mayor parte de los tres apartados anteriores. En la actualidad, y en España, predomina el academicismo y solo se valoran aspectos endogámicos de la matemática o sea, dominar conceptos y procedimientos matemáticos. Es el terreno en el

que el profesor se siente seguro por no tener una formación en Didáctica de la Matemática y además, es el terreno que le solicita el currículum oficial en su puesta en práctica a través de los libros de texto. El profesor que no es autónomo cae irremediabilmente en el uso exclusivo del libro de texto.

Las tendencias actuales en la valoración del aprendizaje matemático en los países desarrollados se pueden ver en la evaluación realizada en el proyecto PISA (Programme for International Student Assessment; Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). La última valoración se realizó en el año 2003 y en los resultados publicados se pueden estudiar las competencias matemáticas e instrumentos de evaluación utilizados. *“La finalidad de esta evaluación se centra en conocer cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no solo, ni principalmente, en conocer qué contenidos del currículum han aprendido”* (Rico, 2005)

Planificación curricular

Primer nivel de planificación

Es el que se ha aplicado en el currículum tradicional y academicista, que le llamaremos “Currículum convencional”. Predomina el significado formal del conocimiento matemático por encima de cualquier otro tipo de significación. Es suficiente con un primer nivel superficial de planificación restringido al “saber a enseñar”. Este primer nivel plantea problemas de acuerdo con el primer punto del apartado anterior. Este nivel es indispensable pero no suficiente. El dominio por parte del profesor del saber a enseñar es condición necesaria, pero no suficiente. Si además, este dominio es unívoco o sea, solo tenemos una versión del conocimiento a enseñar, tampoco cumplimos esta condición necesaria. Lo que es muy frecuente en todos los niveles de la enseñanza, incluida la enseñanza universitaria.

Un currículum se establece cuando se determinan los siguientes componentes:

- Objetivos
- Contenidos
- Metodología
- Evaluación

En el Decreto de Educación Primaria (Decreto 105/92 de 9 de junio de 1992) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía, los componentes anteriores se refieren a toda la Educación Primaria, 6-12 años (Objetivos generales de etapa). Es un nivel inicial de concreción o planificación curricular. Corresponde a los centros escolares, dentro de su plan de centro, particularizar las propuestas oficiales para planificar por cursos las distintas áreas de contenidos del currículum, adaptándose al entorno y a las peculiaridades de los escolares.

En el decreto, los objetivos del Área de Matemáticas en la Educación Primaria se identifican con capacidades matemáticas generales sin puntualizar por cursos. Lo mismo ocurre con los contenidos, metodología y evaluación.

...”La finalidad que se le atribuye a la formación matemática es la de favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente, así como la facultad de usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral”

Los contenidos están distribuidos en seis núcleos básicos:

- Noción de número
- Sistemas de numeración
- Operaciones aritméticas
- Medidas
- Magnitudes
- Conocimiento, orientación y representación espacial

Es importante que el profesor interprete los contenidos como medio para lograr los objetivos. Los contenidos son de tres tipos: conceptuales, procedimentales y actitudinales. Dentro de cada núcleo debemos distinguir los tres tipos de contenidos. Según el decreto, *en la práctica educativa el tratamiento de hechos y conceptos es indisociable de los procedimientos y actitudes correspondientes.*

Segundo nivel de planificación

Decidido que enseñar (con unas creencias y tendencias implícitas sobre el conocimiento matemático), procede plantearse cuando y como enseñarlo. En Educación Primaria disponemos de seis cursos. Debemos organizar los contenidos de forma paulatina teniendo en cuenta el desarrollo evolutivo de los escolares, procurando un equilibrio entre los

distintos núcleos de contenidos. El profesor debe tener claro las conexiones que existen entre los distintos núcleos y como unos y otros se dan significado mutuamente.

Los contenidos de matemáticas de cada curso deben organizarse en unidades didácticas. Para ello se debe partir de lo que Rico (1997) denomina “organizadores del currículo de matemáticas”, que los define como *aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas*. Los organizadores más importantes son:

- Significado fenomenológico: los fenómenos de los que han surgido los conceptos como formas de organización así como las aplicaciones prácticas de los conocimientos. Debemos distinguir una fenomenología matemática de un concepto como aquellos conocimientos que adquieren su significado a partir del mismo.
- Diversidad de representaciones o de sistemas semióticos
- Diversidad de modelos para cada concepto
- Los errores, dificultades y obstáculos asociados a los conceptos y procedimientos de cada unidad que se han puesto de manifiesto en las investigaciones
- Los materiales y recursos que puedan emplearse en la enseñanza. Materiales manipulables, tanto estructurados como no estructurados.
- Significado histórico: Han existido conceptos y creencias que han dificultado el progreso de las matemáticas. En muchas ocasiones la enseñanza reproduce en las aulas los mismos problemas. En tales casos debemos saber como replantear la enseñanza en bien del progreso de los escolares.
- Resolución de problemas: que desarrolla estrategias y procedimientos matemáticos en los escolares

Podemos añadir al listado anterior las orientaciones en los documentos curriculares editados por la administración educativa, la estructura de los contenidos específicos y su secuenciación así como la bibliografía y documentos necesarios para el diseño y su desarrollo. Otros organizadores útiles pueden ser los siguientes: las relaciones con otros temas, las actividades, los tipos de tareas o, a nivel más general, los elementos de cualquier diseño curricular expuestos anteriormente. Por último, destacar el conocimiento de los escolares para quienes preparamos una unidad didáctica (Historial académico general y en particular en el área de matemáticas)

Los organizadores del currículum condicionan los planteamientos didácticos del profesor. Son importantes los aspectos del desarrollo evolutivo sobre los distintos conceptos matemáticos y de su lógica subyacente investigados en Educación Matemática o en áreas afines como la psicología del aprendizaje, que no hemos mencionado en el listado anterior.

Tercer nivel de planificación: elaboración de unidades didácticas

Los organizadores del currículo facilitan el proceso de elaboración de unidades didácticas sobre un tópico concreto (concepto de fracción, números decimales, etc.). Debemos empezar por especificar: objetivos, contenidos (como medios para conseguir los objetivos), metodología, recursos, materiales, actividades y evaluación. Todo lo anterior para un periodo lectivo determinado según la extensión y dificultad del tema programado. Lo usual es que una unidad didáctica ocupe un periodo lectivo de dos o tres semanas.

Para la elaboración de unidades didácticas a partir de las orientaciones oficiales podemos seguir un proceso ordenado:

1. Considerar los organizadores curriculares en relación al tema
2. Contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales). Deben derivar de los organizadores
3. Metodología. Buscar situaciones didácticas para desarrollarlas en actividades secuenciadas según un itinerario. Para ello debemos tener en cuenta tanto las orientaciones oficiales como los organizadores curriculares. Se deben estudiar las tareas y sus tipos en relación a los contenidos y a la evaluación. Por último debemos especificar el trabajo del profesor y el trabajo de los alumnos.
4. Evaluación en base a diagnosis del proceso didáctico y de los resultados obtenidos. No solo se evalúa al alumno en cuanto a sus logros con independencia del proceso.
5. Temporalización de las actividades. En principio podemos distinguir tres fases en el desarrollo didáctico:
 - a) Presentación, exploración y motivación
 - b) Desarrollo
 - c) Consolidación y ajuste de ritmos de los alumnos

Sistemas de representación numérica en Educación Primaria Contenidos y orientaciones para un primer nivel de planificación curricular

A continuación se exponen los contenidos básicos a enseñar en Educación Primaria sobre representación numérica. Básicamente nos circunscribimos a las propuestas de los libros de texto y a programas desarrollados en los departamentos de Didáctica de la Matemática en España. Exponemos los contenidos de los cursos en los que es prioritario una labor didáctica importante en el tema. Estos cursos van desde primero a cuarto. No debemos olvidar su iniciación en Educación Infantil. A medida que avanzamos en los cursos llegamos a cantidades superiores.

Además de explicitar los contenidos que se refieren a las cantidades que debe expresar el niño de forma oral y escrita, orientamos sobre algunas tareas y destrezas básicas.

Primer curso (6-7 años)

Número cardinal y número ordinal: números y numerales del 0 al 100.
Su escritura en base 10

1. Números del 0 al 9: ejercicios de seriación directa e inversa, descomposición en sumas y diferencias. Comparación mayor-menor. Problemas elementales de sumar y restar. Particiones y agrupaciones de dos en dos, tres en tres, ..., diez en diez (decena).
2. La decena: Números mayores que 10. Continuar con ejercicios como los del epígrafe anterior. Paso de decenas a unidades
3. Números ordinales : 1º, 2º, 3º, 4º, 5º, 6º, 7º, 8º, 9º, 10º.
4. Lectura y escritura numérica: numeración hablada y escrita
5. Contar de uno en uno, de dos en dos, etc. Progresiva y regresivamente

Segundo curso (7-8 años)

Números del 0 al 1.000: La centena, el millar

1. Analizar que $\text{unidad} < \text{decena} < \text{centena}$. Relación entre una jerarquía inclusiva y exclusiva.
2. Descomposición en unidades, decenas y centenas
3. Ejercicios de seriación directa e inversa, descomposición en sumas y diferencias. Comparación mayor-menor. Problemas elementales de sumar y restar. Particiones y agrupaciones de dos en dos, tres en tres, ..., diez en diez y cien en cien.
4. Comparación aditiva de números expresados en distintas representaciones. No es necesario introducir los signos $>$ y $<$.
5. Lectura y escritura numérica: numeración hablada y escrita
6. Comparación multiplicativa entre doble-mitad; triple-tercio
7. Números pares e impares
8. Valor relativo
9. Números ordinales a partir del décimo

Tercer curso (8-9 años)

Números del 0 al 1.000.000: La centena, el millar y el millón

1. Analizar que $\text{unidad} < \text{decena} < \text{centena} < \text{millar} < \text{millón}$. Relación entre una jerarquía inclusiva y otra exclusiva.
2. Descomposición en unidades, decenas, centenas, millares (unidades de millar, decenas de millar y centenas de millar)
3. Ejercicios de seriación directa e inversa, descomposición en sumas y diferencias. Comparación mayor-menor. Problemas elementales de sumar y restar. Particiones y agrupaciones de dos en dos, tres en tres, ..., diez en diez y cien en cien.
4. Propiedades del sistema: Número de cifras y cantidad representada, comparación de unidades de orden

- superior entre números escritos, regularidades basadas en las propiedades del sistema de representación, etc.
5. Comparación aditiva de números expresados en distintas representaciones. Se pueden introducir los signos $>$ y $<$.
 6. Lectura y escritura numérica: numeración hablada y escrita
 7. Comparación multiplicativa entre doble-mitad; triple-tercio y casos simples de relaciones multiplicativas con cifras inferiores a 5. (222 es doble de 111)
 8. Números pares e impares en relación a su representación
 9. Valor relativo

Introducción a la numeración romana: del 1 al 10

Cuarto curso (9-10 años)

Iniciación a las grandes cifras : millones, decenas de millón y centenas de millón

Números romanos. Iniciación y reglas

Números ordinales superiores

Representación de números decimales: décima y centésima

Representación de fracciones (opcional). Numerador y denominador.

Traducción entre las representaciones decimal y fraccionaria

Traducción entre división y fracción

Algunas orientaciones didácticas

Dentro de un contexto aritmético, los contenidos expuestos no están todos referidos a un mismo universo semántico y fenomenológico. Puede que según el universo los niños demuestren mayor o menor competencia en la representación numérica. Por ello es conveniente establecer correspondencias entre distintas representaciones de la cantidad en base a objetos (margaritas con 0, 1, 2 ... pétalos; dedos de la mano; etc.), configuraciones puntuales, regletas, ábacos, signos numéricos, recta numérica, etc.

Es necesaria una graduación desde la acción y manipulación de cantidades a la lectura y escritura numérica. No debemos pasar al automatismo

mientras el niño no haya interiorizado a partir de la acción con una comprensión.

Debemos observar que tanto la numeración como la forma de operar con los algoritmos son artificios del sistema de numeración utilizado y no tienen nada que ver con la realidad. Son estructuras que presentamos a los escolares para que consigan unas competencias con las mismas, sin necesidad de relacionarlas con sus aplicaciones. Pero esto es vaciarlas de sentido y significado.

Para la buena comprensión de la escritura numérica y de los algoritmos de las operaciones básicas, es conveniente la utilización de algún material estructurado como pueden ser los bloques multibase, los ábacos o las regletas de Cuisenaire. Los escolares de Educación Primaria deberían conocer o haber manipulado estos materiales en Educación Infantil.

El maestro debe utilizar indistintamente material continuo y discreto. En el apartado que sigue expongo algunas sugerencias en tal sentido.

Desarrollo de la enseñanza en Educación Primaria: Teorías y modelos de enseñanza-aprendizaje de la numeración hablada y escrita

I) A partir de cantidades discretas o numerosidades

- Enseñanza verbal basadas en el recuento acumulativo y el etiquetaje. El escolar memoriza la secuencia y las sucesivas representaciones con los dígitos del 0 al 9.
- Construcción basada en la secuencia numérica sin recuento. A partir del nivel de cadena rompible, independientemente de un recuento acumulativo. Si pasamos del nueve utilizamos dos cifras, del cien tres cifras, etc.

En los dos casos anteriores predominan las construcciones sintácticas, como un juego en el que hay una ley de formación: Según avanzamos anteponeamos ciento..., doscientos...; mil...; dos mil...; etc.. El diez (10) es el número que sigue al nueve (9), el cien (100) es el número que sigue al noventa y nueve (99), ...etc..

- Enseñanza verbal basada en agrupaciones puntuales de numerosidades y su representación en el ábaco, un contador, etc. que obliga a diferenciar el valor posicional por equivalencias
 - Representaciones planas (ábaco plano) que presenta dificultades a partir de mil.
 - Representaciones espaciales en el plano (bloques multibase). Normalmente se presenta con un ábaco plano.

En estos casos la expresión simbólica de un número expresa una manera particular de organizar o de agrupar en el espacio una numerosidad. Se basa en un principio fundamental de la lógica que es el principio de sustitución: “Toda cantidad se puede sustituir por otra equivalente”, tanto a nivel de agrupaciones como de representaciones.

El problema se presenta con las grandes cifras para las que es necesaria la enseñanza verbal.

II) A partir de cantidades continuas

Se considera el cardinal de un conjunto como una medida del mismo. El cardinal es una magnitud medible. Pero no solo se pueden medir las cantidades de magnitudes discretas sino que toda cantidad de una magnitud continua la podemos discretizar con una unidad de medida.

A pesar de todos los problemas que pueda suscitar el uso de cantidades continuas para la enseñanza de la numeración, el caso es que existen métodos concretos basados en la medida de longitudes. En estos métodos la secuencia numérica la usamos para “medir y no para “contar”

Una característica es la comparación y la equivalencia de longitudes (o superficies) a nivel verbal. Distinguimos dos casos:

- Usando longitudes “discretizadas” y por lo tanto desde un principio nos situamos en el caso discreto. Basta empezar por unidades y uniendo estas obtener barras de distintas longitudes no pasando de diez. Las unidades se distinguen perfectamente en cada barra y podemos determinar su número contando.
- Diez barras que solo se diferencian en su longitud. La diferencia de unas a otras es una unidad fija, normalmente un centímetro. Para diferenciar unas barras de otras, se utilizan distintos colores. Es una técnica de “etiquetaje” con la que se construye una secuencia verbal: cada barra tiene un color y por tanto un único nombre. El niño se aprende de memoria dicha secuencia verbal antes de pasar a la numeración “hablada” y “escrita” para lo que

debemos comparar cada barra con la más pequeña y determinar a cuantas equivale.

Además de la longitud nos encontramos con el uso de la superficie. En este caso, lo usual es dividir un rectángulo en diez unidades. Tenemos descomposiciones de una, dos, tres,... unidades. Encajando distintas partes se obtienen cantidades superiores. En algunos casos cada unidad lleva un pequeño círculo negro en su interior.