

ERRORES Y DIFICULTADES

Bibliografía:

L. Dickson, Brown, M y Gibson O. (1.991). "El aprendizaje de las Matemáticas ". Madrid .Labor

C. Kamii(1.988) "El niño reinventa la Aritmética". Visor. Madrid.

G. Vergnaud (2.003) "El niño, las Matemáticas y la realidad. Ed. Trillas.Méjico.

M. Aguilar y J. Martínez "El dominio de la numeración al terminar cada uno de los ciclos de la Ed. Primaria" (Revista Números nº31)

"El sistema de numeración es un soporte de la conceptualización, y sería imposible, por ejemplo, hablar de grandes números o de números decimales sin el recurso de su representación escrita. Incluso en el curso de los dos primeros años de la escuela primaria, cuando se hacen las primeras adquisiciones de las estructuras numéricas, la escritura del número está casi inmediatamente asociada al número mismo, de manera que con frecuencia se confunden una con otro" (G. Vergnaud)

Es importante, como futuro maestro, no confundir el conocimiento completo de los números y el de nuestro sistema de numeración con algunos conocimientos parciales (más fáciles de aprender) como el nombre de ellos, su escritura, terminología de nuestro sistema, contar o incluso operar:

-Los niños aprenden fácilmente a nombrar la secuencia de los números por repetición de pautas verbales y además les gusta hacerlo, pero esto no significa que sepan el significado de ellos. Incluso pueden saber "contar" (recitar la secuencia numérica) hasta 50 pero no saber que 38 es mayor que 29 (hasta los 5 años, aproximadamente, no se sabe que el orden de la secuencia numérica guarda relación con el tamaño de los números).

-Los niños aprenden fácilmente la escritura de los números, mediante la repetición de un orden cíclico: Una vez que han aprendido los signos(cifras) de los dígitos (desde el cero hasta el nueve inclusive) y el orden de ellos, no les resulta difícil escribir un 1 en el lugar de las decenas y repetir el orden aprendido hasta 9. Después un 2 en el lugar de las decenas y de nuevo repetir el orden aprendido, etc. Pero saber escribir números no significa saber del significado de ellos: Un niño puede saber que el quince se escribe con un 1 y un 5 detrás, pero esto no quiere decir que sabe que se escribe así porque el 1 representa 10, y 10 y 5 son quince.

-Los niños pueden saber distinguir y nombrar en la representación escrita de un nº las cifras de las unidades, de las decenas, etc. Por ejemplo: Un niño puede nombrar y distinguir en el numeral 27 que el 7 es la cifra de las unidades y el 2 la de las decenas. Pero este conocimiento puede ser que

solo se reduzca a que la 1ª cifra a la derecha recibe el nombre de unidades y la anterior el de decenas.

La enseñanza y el aprendizaje de nuestro sistema de numeración es difícil, sobre todo el principio posicional o del valor relativo. Para valorar la comprensión que los alumnos han conseguido de los principios y aspectos que rigen nuestro sistema se han realizado algunos estudios. Algunas pruebas utilizadas en ellos han sido las siguientes:

I) Relativas al principio de agrupamiento

"Lo importante es que el niño reconozca la necesidad de conocer en qué base se están efectuando los agrupamientos; sólo entonces, con esta comprensión, se encontrará próximo a dedicar su atención a la simbolización de estas ideas mediante notación abstracta, en lugar de manejar los objetos reales o dibujo de ellos" (L. Dickson y otros)

1) Para acusar la necesidad que tienen los alumnos de conocer la base de los agrupamientos en los números, los investigadores Bednarz y Janvier realizaron una prueba con 75 niños de 8 a 9 años. El principal objetivo era obtener estrategias demostrativas de comprensión de este principio más que simples respuestas correctas. Se les propuso verbalmente el siguiente problema:

"Mamá ha comprado una cantidad de caramelos sueltos, que ella ha preparado en rollos y bolsas para dar una fiesta. Mamá empezó con 2 bolsas, 3 rollos y 4 caramelos y regaló 1 bolsa, 7 rollos y 8 caramelos". La tarea consistía en hacer un dibujo de lo que le quedaba.

Los niños disponían de materiales concretos, que podían manipular, en forma de caramelos y éstos podían venir sueltos, empaquetados en rollos o en bolsas compuestas por rollos y la única información que tenían era la anterior

Para resolver el problema, obviamente, se necesita conocer el nº de caramelos por rollo y el nº de rollos por bolsa, pero solo un 40% de los niños dió muestras de comprender la necesidad de saber esta información preguntando al entrevistador o inventando valores para los dos agrupamientos. Los niños restantes, el 60%, o bien consideraron que el problema era imposible o restaron el menor nº de rollos al mayor y el menor nº de caramelos al mayor.

II) Relativas al principio posicional

"Estoy convencida de que la enseñanza prematura, sea del valor de la posición o de cualquier otro aspecto del programa de estudios, es

pernicioso para la comprensión de una disciplina por parte de los niños. Dado lo que sabemos sobre el curso del desarrollo del pensamiento infantil, deberíamos preguntarnos si no sería mejor retrasar la enseñanza del valor de la posición hasta que los niños hayan construido con solidez las series de números (por repetición de la operación +1) y puedan dividir totalidades de muy diversas maneras (relaciones parte-todo). El "deberíamos" incluye a quienes planifican los planes de estudios, a los directores de escuelas, y al personal docente, tanto de las universidades como de las escuelas elementales" (C. Kamii)

2) C. Kamii realizó una experiencia con niños -de aproximadamente 6 años y nivel superior- a los que se les había enseñado nuestro sistema de numeración en lo concerniente a unidades y decenas. La tarea consistió en lo siguiente:

- Se extendían dieciséis fichas y se le pedía a cada niño que las contara y que hiciera un dibujo de "todas estas" (los niños las dibujaban amontonadas o en línea). Fig1

- Se le pedía a cada niño que escribiera "dieciséis con números" en la hoja para indicar que había dieciséis fichas. Fig 1

- Se le preguntaba a cada niño qué significaba "esta parte" mientras se rodeaba con un círculo el 6 de 16 y que lo indicara en el dibujo. Fig. 2

- Se le preguntaba a cada niño qué significaba "esta parte" mientras se rodeaba con un círculo el 1 de 16 y que lo indicara en el dibujo. Fig 3

- Por último se le preguntaba qué quería decir "todo entero" mientras se le rodeaba con un círculo el 16 y se comprobaba las relaciones que cada niño había establecido entre 16, 1 y 6. Por ejemplo, cuando un niño había hecho la tarea como en la fig. 4, se le preguntaba por qué "éstos" (los nueve de la parte superior izquierda) no estaban rodeados por un círculo.

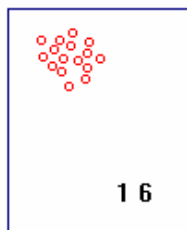


Fig 1

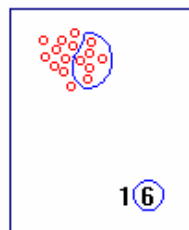


Fig. 2

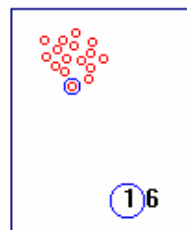


Fig. 3

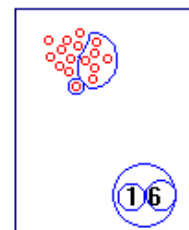


Fig. 4

Cerca de la mitad de los niños (45 %) contestó que cada cifra de 16 representa unidades, tanto el 6 como el 1.

(La tabla de resumen de todos los resultados en pág. 70 de "El niño reinventa la Aritmética". C. Kamii. Ed. Visor)

Kamii concluye su experiencia con estas palabras: "Quedé convencida de que las lecciones que había observado sólo enseñaban trucos. Mientras los niños supieran sacar trucos de determinado cajón podrían pensar en decenas y unidades. Cuando la lección finalizó y yo una visitante frecuente que sólo venía a las clases de matemáticas, examinaba a los niños sin decirles qué cajón habían de abrir, volvían a su manera habitual de pensar".

3) Berdnarz y Janvier evaluaron la comprensión del principio posicional en niños de 8 ó 9 años, analizando las estrategias utilizadas por ellos en la siguiente tarea: Tenían que encontrar un nº mayor que 423 que se presentaba en un casillero de tres casillas:

4	2	3
---	---	---

Para la obtención de este nº, cada niño recibía un casillero vacío

--	--	--

y jugaba una "partida" con el investigador en la que se tiraba un dado numerado del 0 al 5, el nº obtenido se anotaba en un papel y se decidía si se quería poner en alguna casilla del casillero dado o se rechazaba. El ganador era el 1º en conseguir ese nº mayor que 423.

Los resultados fueron los siguientes:

- El 15% no consiguió obtener un nº mayor que 423
- El 40% puso una cifra en una de las casillas solo si era estrictamente mayor que la correspondiente en 423. Es decir, todos estos niños obtuvieron números mayores a 423 pero con todas sus cifras mayores a las correspondientes al nº dado.
- El 35% mezcló estrategias como: Esperar a que salga un 5 para empezar por la izquierda, despreciar el 0 ó 1 para la posición de las decenas cuando ya se tenía un 5 en el lugar de las centenas.
- El 10% sabía el principio posicional porque tuvieron conductas como:
 - Decir que había ganado al primer 5 que salió
 - Aprovechar el 0 ó 1 cuando ya se tenía un 5 en las centenas
 - Aceptar el 4 para las centenas si ya se tenía un 3 u otra cifra mayor en la posición de las decenas.

Otras pruebas realizadas para investigar la comprensión del principio posicional fueron las siguientes:

4) En esta prueba (realizada por Brown para el informe del estudio CSMS), los alumnos, de aproximadamente 12 años, conocían y distinguían los nombres de las distintas unidades de nuestro sistema y se pretendía conocer si este conocimiento correspondía a una auténtica comprensión de nuestro sistema o era superficial. La cuestión planteada era la siguiente:

"Este contador indica cuántas personas han entrado a un campo de fútbol.

0	6	3	9	9
---	---	---	---	---

Después de haber entrado una persona más, el contador marcará":

--	--	--	--	--

El 32% de los niños de 12 años dieron una respuesta errónea. Algunas de ellas fueron:

0	6	3	1	00
---	---	---	---	----

porque "noventa y nueve más uno hacen cien"

Otro alumno pone primero:

0	6	3	9	9	1
---	---	---	---	---	---

y cuando el entrevistador le dice que solo hay 5 casillas, cambió el 3 de las centenas por un 4, alegando: "No puede ir ahí (señala el 9 de las unidades) porque hacen 10, y no puede ir ahí (señala el 9 de las decenas) porque hacen 10, así..."

5) Otras pruebas que evidencian la incomprensión de nuestro sistema son las siguientes (cuestiones tomadas de un estudio realizado por Flournoy, Brandt y McGregor a niños de 13 años y que se situaban por encima de la media):

a) ¿Qué significa 25 centenas y 4 decenas?

A. 25040 B. 2540 C. 2504 D. Ninguno de los

anteriores

Menos del 25% eligió la correcta.

b) ¿Cuál de las siguientes frases significa 15320?

A. 15320 decenas B. 15 centenas y 320 decenas C.

1532 decenas D. 1532 decenas y 20 unidades

El 36% contestó la correcta.

c) ¿Cuál de los números equivale a:

	Centenas	Decenas	Unidades
Millares	35	18	6
2			

A. 3486 B. 5386 C. 5686 D. Ninguna de las anteriores

El 17% escogió la correcta.

6) En la misma línea que las pruebas anteriores, M. Aguilar y J. Martínez (Revista "Números", Nº 31) propusieron, entre otras cuestiones, a alumnos de 5º de Primaria y 1º de Secundaria las siguientes:

- a) ¿Cuál es la cifra de las decenas de mil en el número 178.569?
- b) Rodea con un círculo el número en el que el 9 ocupe el lugar de las centenas: 896 ; 9.909 ; 99.009 ; 109.549
- c) ¿Cuántas centenas hay en el número 8.234?
- d) ¿Cuántas centenas hay en 5 decenas de mil?

Si las preguntas a) y b) fueron contestadas por más del 50%, en la c) sólo 2 alumnos de Primaria y 9 de Secundaria de los que contestaron lo hicieron correctamente, porque confundieron el número de decenas con la cifra que está en el lugar de las decenas. La pregunta d) la contestaron correctamente 11 y 26 de Primaria y Secundaria respectivamente. Los autores concluyen con lo siguiente:

"Parece que un niño no pueda pensar en centenas, decenas y unidades al mismo tiempo, sino como entidades separadas: no puede considerar que el número 8.234 es igual que 82 centenas y 34 unidades (o bien 8 millares, 23 decenas y 4 unidades). Esta incapacidad del niño apunta claramente a que los chicos no han construido el sistema de unidades, decenas, centenas, etc., como sistemas que funcionan simultáneamente,.....Es curioso comparar los resultados de la pregunta c) con la d), siempre con mejores rendimientos en esta última. Este mejor resultado podría explicarse por el trabajo que se realiza al introducir las unidades de orden superior en la enseñanza de la numeración, con ejercicios de este tipo: ¿cuántas decenas hay en una centena?, ¿cuántas centenas hay en un millar?. Es un ejercicio muy parecido al planteado en la pregunta d). "

III) Lectura y escritura

"Hay destrezas que se aprenden y se aprenden bien, por ejemplo leer y escribir números. Los resultados son similares al terminar cada ciclo. Son destrezas muy cotidianas en los procesos de enseñanza- aprendizaje de la numeración. Son los típicos ejercicios que se repiten en cada clase y en todos los cursos" (M. Aguilar y J. Martínez)

Es probable que la experiencia verbal de los números se dé bastante antes que el reconocimiento de ellos en su escritura (muchos niños saben expresar oralmente números de dos cifras: "veintiuno", "veintidós", "veintitrés",..., pero no saben reconocerlos en su escritura: 21, 22, 23,...)

Errores habituales en la escritura y lectura de números pueden ser los siguientes:

7) Escriben los números en función de cómo se nombran.

Escribir "veintitrés" como 203 o "treinta y cinco" como 305 (Ginsburg)

Algo parecido ocurre cuando los leen: La escritura 3003 es leída como "treinta y tres" (Dikson)

De nuevo el principio posicional no está bien aprendido porque para indicar "veinte" en un número de dos cifras se escribe un 2 en el 2º lugar empezando por la derecha o para que en la escritura de un número un 3 represente a "treinta" tiene que estar escrito en el 2º lugar empezando por la derecha.

8) El cero provoca dificultades cuando aparece como cifra en nuestro sistema de numeración. Es más difícil leer o escribir números con ceros intercalados entre sus cifras.

Ante la pregunta: "Escribe con cifras: Cuatrocientos mil setenta y tres..." (Brown en el estudio CSMS) a niños de Secundaria, las respuestas correctas fueron en 1º el 42%, en 2º el 51%, en 3º el 57% y en 4º el 57%.

9) Los números mayores a mil presentan dificultades para ser leídos.

Por un lado hay que considerar que los números grandes presentan la dificultad de que para ser leídos requieren de una técnica (no es muy fácil de adquirir) que consiste en la agrupación mental de tres en tres de sus cifras empezando por la derecha al revés de cómo, después, van a ser leídos. Por otro lado, hay que añadir que a diferencia de lo que ocurre con las unidades de nuestro sistema anteriores a mil, las cifras situadas a la izquierda de los millares no tienen nombres propios nuevos hasta el millón, billón, etc.; ocurre como si se pusiera en juego también la base mil para nombrar a los números. Muchos niños tienen problemas para nombrar estas cifras situadas a la izquierda de los millares y así es frecuente que nombren a las decenas de millar como millones y a los millares de millón como billones.