NÚMEROS DECIMALES

Un poco de historia

¿Cómo surgió nuestra manera de escribir los decimales?

Nuestra escritura decimal es consecuencia directa de la utilización de fracciones decimales (con denominador 10 o potencia de 10).Durante bastante tiempo se utilizaron fundamentalmente fracciones sexagesimales (de denominador 60). Un defensor a ultranza de las fracciones decimales fue **François Viète** (1540-1603). En 1579, en unos de sus trabajos escribe 141421'35624 como $141421.\underline{35624}$. Unas páginas más adelante escribe 314159'26535 como $314159.\frac{26535}{10000}$ y un poco más adelante escribe este mismo número como **314159.**26535, con la parte entera en negrita. En algunas ocasiones usa un guión vertical para separar la parte entera de la fraccionaria, es decir **314159**|26535.

Sin embargo, no fue **Viète**, sino el flamenco **Simon Stevin**, quien en 1585 acometió la tarea de explicarlas con todo detalle y de una manera muy elemental, el verdadero propagador de la utilización de fracciones decimales.

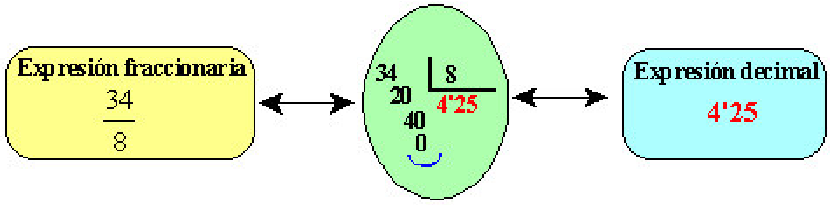
En 1616, en la traducción al inglés de una obra del escocés **John Napier**(1550-1617), las fracciones decimales aparecen tal como las escribimos hoy, con un punto decimal para separar la parte entera de la fraccionaria. **Napier** propuso un punto o una coma como signo de separación decimal: el punto decimal se consagró en países anglosajones, pero en muchos otros países europeos como por ejemplo España, se continúa utilizando la coma decimal

Expresión decimal de los números racionales

Decimales exactos y periódicos

Como recordarás la expresión decimal de una fracción se obtiene dividiendo el numerador

entre el denominador. Consideremos la fracción 34/8:

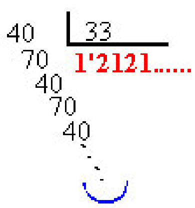


Es decir, $\frac{34}{8} = 4'25$

4'25 es la **expresión decimal** de 34/8 y de cualquier fracción equivalente a ella. A su vez, 34/8 o cualquier fracción equivalente se llama **fracción generatriz** de 4'25.

Diremos que 4'25 es un número **decimal exacto** porque tiene un número finito de cifras decimales.

No ocurre siempre así. Si calculamos el desarrollo decimal de la fracción 40/33, obtenemos:



Los restos se repiten y en consecuencia nunca termina la división; 40/33=1'21212121.......

Al grupo de decimales que se repiten lo llamaremos **periodo** y lo indicaremos mediante un arco que los abarca: $1'\overset{\frown}{21}$

Diremos que es un decimal **periódico puro** porque el periodo comienza inmediatamente después de la coma decimal.

Del mismo modo, si calculamos el desarrollo decimal de 23/12 obtenemos:

```
23   |_12______
110   1'91666...
 020
  080
   080
```

En este caso el periodo no comienza después de la coma, diremos que 23/12 es **periódico mixto** y se escribirá como $1'191\widehat{6}$

En resumen, los decimales periódicos pueden ser:

- Decimales **periódicos puros,** si el período comienza inmediatamente después de la coma.

- Decimales **periódicos mixtos**, si el período no comienza inmediatamente después de la coma.

Actividades

1. Indica la naturaleza decimal de las fracciones 2/15, 6/25 y 163/3.

2. Busca la expresión decimal de 10/9, 11/9, 12/9 ,... 18/9. ¿Observas algo especial?

   Al dividir dos números los restos obtenidos siempre son menores que el divisor. Observa esta dos divisiones:

```
a)      22  |_7__________
         10   3'142857.....
          30
           20
            60
             40
              50
```

   Hasta ahora has obtenido los restos: 1, 3, 2, 6, 4 y 5. En el siguiente paso el resto será 0 o alguno de ellos se repetirá forzosamente y en consecuencia volverán a aparecer las mismas cifras en el divisor.

```
b)    63  |_55______
       80
      250
       300
       25
```

   No es necesario que aparezcan todos los restos posibles. En el momento que uno de ellos se repita, vuelven a aparecer las mismas cifras en el cociente y de nuevo los mismos restos.

   De lo que hemos comentado se deduce que **<u>todo número racional tiene una expresión decimal exacta o periódica.</u>**

Cálculo de fracciones generatrices

a) Decimales exactos

$$0'24 = \frac{24}{100} \quad ; \quad 3'1 = \frac{31}{10} \quad ; \quad 3'478 = \frac{3478}{1000}$$

La fracción generatriz de un decimal exacto es una fracción que tiene por numerador al número,

escrito sin coma decimal, y por denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tiene.

b) Decimales periódicos puros

Consideremos el decimal $4'\widehat{31} = 4'313131\ldots$, al que llamaremos x.

x = 4'313131....

Si multiplicamos los dos miembros por 100 (un uno seguido de tantos ceros como cifras tiene el período) obtenemos:

100x = 431'3131....

Restando miembro a miembro las dos igualdades:

$$\begin{array}{r} 100x = 431'313131\ldots \\ x = \quad 4'313131\ldots \\ \hline 99x = 431 - 4 \end{array}$$

Actividades

3. Utilizando el método anterior comprueba que:

$2'\hat{6} = \dfrac{26-2}{9}$, es decir $2'\hat{6} = \dfrac{24}{9} = \dfrac{8}{3}$

$1'\widehat{081} = \dfrac{1081-1}{999} = \dfrac{1080}{999} = \dfrac{40}{37}$

La fracción generatriz de un decimal periódico puro es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma. Por denominador tiene tantos nueves como cifras decimales hay en el periodo.

c) Decimales periódicos mixtos

Consideremos el decimal $1'0\widehat{63}$ al que llamaremos x:

x = 1'063636363.....

Si multiplicamos los dos miembros por 10 (un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales haya antes del periodo) obtenemos el decimal periódico puro:

10x = 10'63636363.....

Multiplicamos los dos miembros de la igualdad obtenida por 100 (un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el periodo) y obtenemos:

1000x = 1063'636363.....

Restando las dos últimas igualdades:

$$\begin{array}{r} 1000x = 1063'636363\ldots \\ 10x = \quad 10'636363\ldots \\ \hline 990x = 1063 - 10 \end{array}$$

Por lo tanto x = $\dfrac{1063-10}{990}$, es decir, $1'0\widehat{63} = \dfrac{1053}{990} = \dfrac{117}{110}$

Actividades

4. Utilizando el método anterior comprueba que:

   a. $3'1\widehat{6} = \dfrac{316-31}{90} = \dfrac{285}{90} = \dfrac{19}{6}$

   b. $0'237\widehat{45} = \dfrac{23745-237}{99000} = \dfrac{23508}{99000} = \dfrac{653}{2750}$

   La fracción generatriz de un decimal periódico mixto es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores al periodo quitándole la coma. Por denominador tiene tantos nueves como cifras hay en el periodo seguidos de tantos ceros como cifras hay entre la coma y el periodo.

   Hemos comprobado también que **todo decimal exacto o periódico se puede escribir como una fracción**, en consecuencia:

   El conjunto de los números racionales es igual que el conjunto de los números decimales exactos o periódicos.

   Actividades

5. Calcula las fracciones generatrices de :

   $1'\widehat{3}$, $2'25$, $0'\widehat{24}$, $1'\widehat{71428}$

6. De la división entre a y b sólo sabemos que:

```
a  | b
20   1'.......
 30
 150
  20
   ·
    ·
     ·
```

   Razona si a/b es puro o mixto, y contesta cuántas cifras tiene su período.

7. Responde lo mismo para el siguiente caso:

```
c    | d
30     1'.......
  50
  160
   120
    70
     90
     160
       ·
        ·
         ·
```

8. Consideremos la fracción irreducible a/b. Ésta es su división incompleta:

```
a    | b
40     3'36......
 70
```

Halla a y b.

¿Existen decimales no exactos, ni periódicos?

Si un número decimal no es exacto, necesariamente ha de tener infinitas cifras decimales. Si además es no periódico, éstas no pueden guardar ninguna secuencia repetitiva. Por ejemplo:

5'12345678910111213l4..............

2'01001000100001...................

Existen otros números que son bastante familiares y que tampoco se pueden expresar como fracción. Esto ocurre con el número **B**, las raíces no exactas y otros números "famosos".

B = 3'141592654...........

$\sqrt{2}$ = 1'414213562............

$\sqrt{5}$ = 2'236067977............

El **número áureo**

$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ =1'61803998....

La **proporción cordobesa**

$\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ =1'306562964....

Estos números que no se pueden escribir en forma de fracción reciben el nombre de números **IRRACIONALES** y se caracterizan por tener infinitas cifras decimales y no ser periódicos.

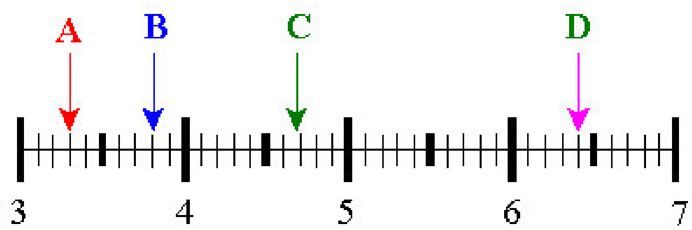
Actividad

9. Escribe otros números irracionales.

Representación de números decimales

Actividades

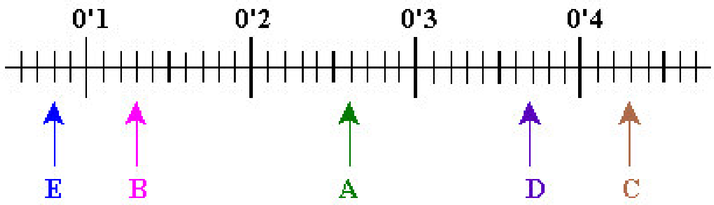
10. **Si dividimos una unidad arbitraria en diez partes iguales, obtenemos la escala decimal**
. En ella se podrán representar de forma precisa decimales exactos con una única cifra decimal.



La flecha A señala el número 3'3. ¿Qué números indican las otras flechas?

11. A su vez, cada décima puede ser dividida en diez partes iguales En esta actividad la escala superior divide la

unidad en décimas y la inferior en centésimas: podremos representar decimales exactos con dos cifras decimales.



La flecha **A** indica 0'26. ¿Qué marcan **B** , **C**, **D** y **E**?

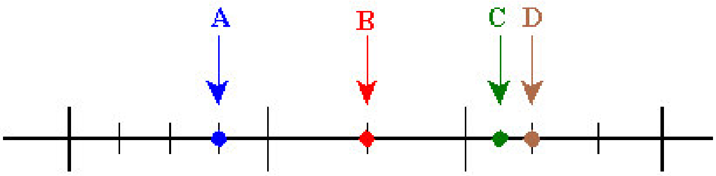
12. Observa que 0'20 es igual que 0'2 y 0'30 que 0'3. Observa también que 0'26 está entre 0'2 y 0'3, pero más próximo a 0'3.

    Completa: 0'17 está entre ... y .... , pero más próximo a ......

13. Sin mirar la escala escribe el número que está en la mitad entre 0'2 y 0'3. Haz lo mismo con los números 0'8 y 0'9; 0 y 0'1 y entre 0'9 y 1.

14. Ordena de menor a mayor los números: 0'8, 0'15, 0'3, 0'08, 0'71 y 0'9.

15. **También podemos dividir la unidad en mitades , tercios, cuartos, quintos, etc .....** Indica los números que se corresponden con A, B, C y D:



16. Supongamos que **a** es menor que **b**. El **intervalo abierto (a,b)** representa al conjunto de números que están entre **a** y **b** (**a** y **b** excluidos).

    Escribe, para cada intervalo abierto, dos números que le pertenezcan:

    (0`1,0'2), (4'35,4'36), (7'3015,7'3016), (-128'548,-128'547), (-2'4891,-2'4890)

17. Busca un número comprendido entre $0'\widehat{9}$ y **1**. ¿Es posible?. ¿Y entre $0'2\widehat{9}$ y **0'3**?. Halla la fracción generatriz de $0'\widehat{9}$ y $0'2\widehat{9}$ y simplifica, ¿qué observas?. Expresa 3'45 como un decimal periódico.

18. Ordena de menor a mayor

    a. -3'07, 7'03, -3'069, 7'2, 7'02, 7'006 y 7'029

    b. $-2'0\widehat{6}$, -2'065, $-2'06\widehat{5}$, 0'38, $0'37\widehat{9}$, 0'309, 0'379 y 0'3

19. Halla un número periódico y otro irracional comprendidos entre a = 1'2345675 y b = 1'2345676.

20. Completa cada fila con los números de la naturaleza indicada, de menor a mayor:

	Dec.exacto	Dec.periódico puro	Dec.periódico mixto	Irracional	Fracción	
2/3						0'7
$1'\overset{\frown}{2}$						7/3
-0'33						-0'32
$-2'3\overset{\frown}{9}$						-2'4
$1'\overset{\frown}{25}$						$1'25\overset{\frown}{3}$

Actividades de operaciones con números decimales

a. Decimales exactos

21. Realiza las siguientes operaciones con números decimales exactos.

Suma y resta de números decimales

3'45 + 0'126=

9'5-2'36=

Multiplicación

4'3 . 0'25=

0'032 . 7'05=

Se multiplican como si fueran enteros y se toman tantos decimales como sumen en total.

Multiplicación por 10, 100, 1000, etc.

0'35 . 10 = 3'5

0'35 . 100 = 35

0'35 . 1000 = 350

Se desplaza la coma hacia la derecha tantas veces como ceros tenga.

División entre decimales

34'25 : 6'352 = ...

Si multiplicamos el dividendo y el divisor por la misma cantidad, el resultado de la división no varía. Basándonos en esta propiedad podremos dividir decimales exactos:

34'25:6'352 = 34'25.1000:6'352.1000 = 34250:6352 = ...

2'25:11'34 = 2'25.100:11'34.100 = 225:1134 = ...

Para quitar la coma decimal multiplicamos dividendo y divisor por un uno seguido de tantos ceros como el mayor número de decimales de ambos.

b. Decimales periódicos

Anteriormente hemos operado con decimales exactos. Si consideramos decimales periódicos se nos presentan problemas: ¿Cómo multiplicar $3'\overset{\frown}{6}$ por $1'\overset{\frown}{27}$?

La única solución será expresarlos como fracción y operar con ellas:

$3'\overset{\frown}{6} \cdot 1'\overset{\frown}{27}$ = 11/3.14/11 = 14/3 = $4'\overset{\frown}{6}$.

Actividades

22. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $2'\overset{\frown}{7} + 2'3$ b) $5'\overset{\frown}{6} + 5'\overset{\frown}{6}$ c) $2'\overset{\frown}{2} \cdot 2'\overset{\frown}{2}$

d) $\frac{2}{3} \cdot 1'\overset{\frown}{4}$ e) $0'\overset{\frown}{28} : 0'2$ f) $31'\overset{\frown}{7} : 4'\overset{\frown}{08}$

g) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) 2'\overset{\frown}{3} \cdot 1'\overset{\frown}{3}$

Cálculo aproximado. Redondeo y errores

Cálculo aproximado

Actividades

23. Vamos a ir navegando desde Málaga hasta Alhucemas (ciudad del norte de Marruecos, que en el mapa se escribe *Al hoceima*), estima, midiendo sobre el mapa con una regla, la distancia que separa ambas ciudades. Estima también el error que cometerías si te hubieras equivocado al medir en, aproximadamente, un milímetro.

24. Tres amigos piensan repartir equitativamente las 10.000 euros de un premio de lotería. ¿Podrán hacerlo sin que sobre nada?

En la práctica cotidiana nos vemos obligados con frecuencia a estimar un número del que, por diversas causas, no podemos o no necesitamos conocer su valor exacto. Así pues, la imprecisión en la medida, la imposibilidad matemática, la vaguedad en la información u otras razones nos fuerzan a sustituir un número por otro suficientemente cercano.

Actividad resuelta

25. Un ayuntamiento encarga a un contratista la remodelación de una plaza circular de 50 m de radio. Después de acordarse un precio de 200 € por m^2, el contratista presenta el siguiente presupuesto:

Valor de la contrata = 200 · Área de la plaza = 200 · 3'15 · 50^2 = 1.575.000 €

El alcalde, que dio por bueno el valor de B, lo aprobó.

Realiza el cálculo anterior aproximando B por 3'141592 y dinos si te parece honrado el contratista.

¿Te parece honrada una aproximación de B por 3'1416?

Aproximaciones de un número por exceso y por defecto

Del valor de B = 3'141592653.........., se obtienen las siguientes desigualdades:

3	< B <	4
3'1	< B <	3'2
3'14	< B <	3'15
3'141	< B <	3'142
3'1415	< B <	3'1416
....		....
3'141592653	< B <	3'141592654

Diremos que los números de la izquierda son **aproximaciones de B por defecto** (son menores que él) y los de la derecha **son aproximaciones por exceso** (son mayores). También diremos que:

3 y 4 son **aproximaciones a unidades**,

3'1 y 3'2 **aproximaciones a décimas** (**o de orden 1**)

3'14 y 3'15 **aproximaciones a centésimas** (**o de orden 2**), etc.

Podemos recoger estos resultados en la tabla:

Aproximaciones de π	Por defecto	Por exceso
A unidades	3	4
A décimas	3'1	3'2
A centésimas	3'14	3'15
....	....	....

Actividades

26. Aproxima a centenas, unidades y milésimas el número 2.374'3376.

27. En un auditorio circular de 53 m de diámetro se desean instalar asientos de manera que no pueda haber menos de 2

m^2. por persona, tal y como establecen las normas del ayuntamiento.

Si calculamos el área, aproximando B, y dividimos por 2, sabremos el número de asientos que debemos comprar.

Aproximando B a centésimas obtenemos:

Área por defecto: $3'14 . 26'5^2 = 2.205'065$ m^2, en los que caben 1.102 localidades.

Área por exceso: $3'15 . 26'5^2 = 2.212'0875$ m^2, en los que caben 1.106.

a. ¿Sería legal aproximar B por exceso?

b. ¿Te parece buena la aproximación a centésimas por defecto?

c. ¿Qué orden de aproximación consideras adecuado?

28. ¿Cuántos Kg de cobre se deberán comprar para construir un cilindro de 10 cm de alto y 0'5 m de radio?. ¿Cuál es el menor orden de aproximación que consideras adecuado? ¿Habría que tomarlo por exceso o por defecto?

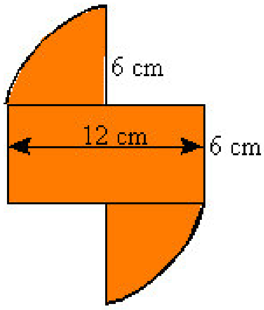
(*Densidad del cobre = 8.900 kg/m*^{3})

En las actividades anteriores habrás comprobado la importancia de elegir un orden de aproximación adecuado y que, según el contexto, se toma por defecto o por exceso, o incluso los dos.

Actividades resueltas

29. Supongamos que deseamos conocer con una precisión de dos cifras decimales el área de esta mesa:

$$Area = 12 \cdot 6 + \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 72 + 18\pi$$

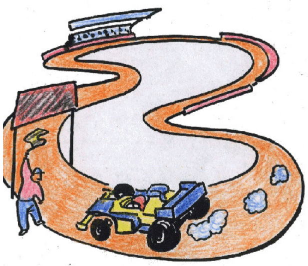


Veamos hasta qué orden de aproximación de π hemos de llegar para conseguirlo:

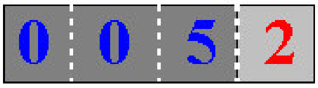
	Área por defecto	Área por exceso	
$\pi = 3$	126	144	$\pi = 4$
$\pi = 3'1$	127'8	129'6	$\pi = 3'2$
$\pi = 3'14$	128'52	128'7	$\pi = 3'15$
$\pi = 3'141$	128'538	128'556	$\pi = 3'142$
$\pi = 3'1415$	128'547	128'5488	$\pi = 3'1416$

Para garantizar que el área es 128'54... hemos tenido que aproximar hasta las diezmilésimas. ¿Cuántas cifras de área se garantizan si aproximamos π a la millonésima? Escribe su valor en tal caso.

30. Medimos la longitud de un circuito automovilístico con la ayuda de un contador kilométrico, puesto a cero.



En la 1ª vuelta el contador indica:



es decir, 5'2 km que significa que $5'2 \leq L < 5'3$

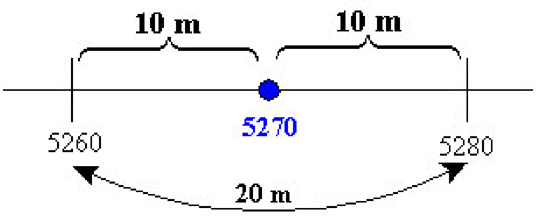
A fin de obtener una mejor precisión recorremos más vueltas:

Nº de vueltas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Contador	5'2	10'5	15'8	21	26'3	31'6	36'9	42'1	47'4	52'7	57'9

¿Cuántas vueltas hay que dar para obtener la longitud de la pista con una precisión de 10 metros?

Nº de vueltas	Medida de contador	Márgenes de variación de L (En Km)	Diferencia (m)
2	$10'5 \leq 2L < 10'6$	$5'2 \leq L < 5'3$	50
3	$15'8 \leq 3L < 15'9$	$5'2\overset{\frown}{6} \leq L < 5'3$	$33'\overset{\frown}{3}$
4	$21 \leq 4L < 21'1$	$5'25 \leq L < 5'275$	25
5	$26'3 \leq 5L < 26'4$	$5'26 \leq L < 5'28$	20

En la última medida se sitúa el verdadero valor de L entre 5260 m y 5280 m.



Si adoptamos como medida del circuito el valor intermedio de 5270 m no nos equivocaremos en más de 10 m.

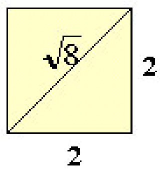
¿Se podría precisar el valor del circuito sin cometer un error mayor de 1 m? ¿Cuál sería?

Redondeo

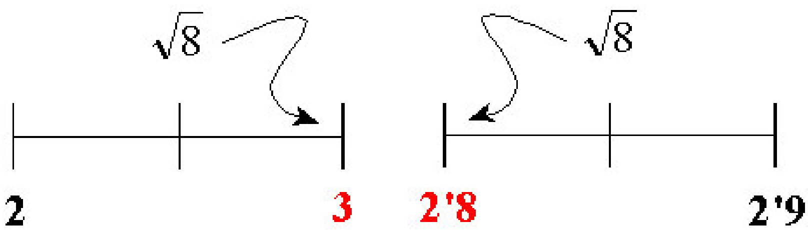
Normalmente sólo nos interesará elegir la aproximación más cercana al valor real con el fin de cometer un error mínimo.

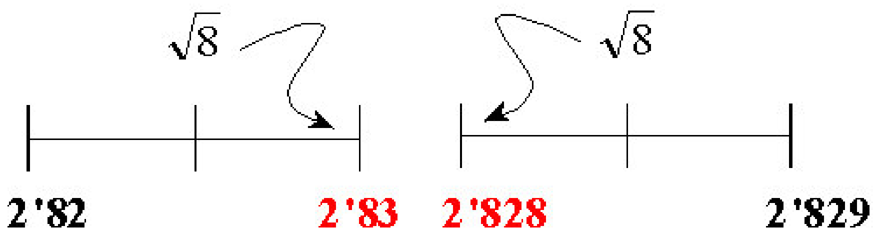
Consideremos un cuadrado de lado 2. La medida de su diagonal viene dada

por el número $\sqrt{8}$ = 2'828427125..........., de infinitas cifras decimales.



Llamamos redondeo de un orden determinado a la aproximación de dicho orden más cercana al número exacto.





De esta manera, el redondeo a unidades será 3, a décimas 2'8, a centésimas 2'83, a milésimas 2'828, a diezmilésimas 2'8284, etc.

Actividades

31. Redondea el decimal exacto 1'73205 hasta el orden que puedas.

32. Dado el número 47894 efectúa su redondeo a centenas, a decenas y a unidades.

33. Redondea a décimas, centésimas y milésimas el número 127'2008....

34. Si 345'379<D<345'382, realiza todos los redondeos que puedas de D.

Error absoluto

Si conocemos el valor de un número A y lo sustituimos por una estimación A´, estaremos cometiendo un error que vendrá dado por la diferencia entre A y A´. A esta diferencia, tomada siempre con signo positivo, se le llama **error absoluto**, y lo escribiremos como:

Error absoluto : $E_a = |A - A'|$

Actividad resuelta

35. Juan y Luis son dos alumnos de Topografía. En una clase de prácticas han de medir la altura del edificio de correos y la de la catedral respectivamente.

    Juan obtiene un valor de 29'5 m para el edificio de correos, cuya altura real es de 30 m y Luis mide 65'8 para una altura real de 65 m

    E_a (Juan) = |30-29'5| = |0'5| = 0'5

    E_a (Antonio) = |65-65'8| = |-0'8| = 0'8

    Generalmente el valor exacto de A no se conoce con lo cual resultará imposible conocer el error que se comete al sustituirlo por una aproximación. Sí podremos conocer el margen de error. Por ejemplo:

    En lugar de utilizar A = $\sqrt{2}$ = 1'41421356..... trabajamos con A´=1'41, una aproximación a centésimas. El error absoluto no se puede conocer, pero sí sabemos que necesariamente ha de ser menor que 0'0042135.......y por lo tanto menor que 0'005 (media centésima). Si en lugar de A´=1'41 utilizáramos A´´=1'414, el error cometido sería menor que media milésima.

Error relativo

El problema que presenta el error absoluto consiste en que no nos permite comparar entre dos aproximaciones:

Juan le dice a Luis: yo sólo me he equivocado en medio metro , mientras que tú lo has hecho en 80 cm Por lo tanto he sido más fino que tú.

Luis replica: no estoy de acuerdo puesto que la altura del edificio de correos es de 30 m y la de la catedral de 65 m . Tu proporción de error es 0'5/30 = 0'16666...., mientras que la mía es 0'8/65 = 0'123....

Llamaremos **error relativo** al resultado de dividir el error absoluto entre el valor real. Es decir:

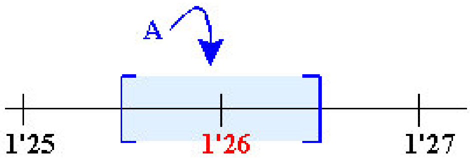
$$\textbf{Error relativo} = \frac{|A - A'|}{A}$$

También se suele expresar en tanto por ciento ($E_r \cdot 100$). En el ejemplo anterior Luis tiene un error del 12'3% aproximadamente y Juan del 16'6%.

***Erastótenes**, que vivió en el siglo III a. de J.C., calculó la longitud de la circunferencia terrestre y comprobó que debía tener 38.400 km. Según las mediciones modernas, Erastótenes cometió un error de tan sólo el 4%.*

Error de redondeo

Supongamos que A'=1'26 es un redondeo a centésimas de cierto valor A cuya expresión exacta desconocemos.



Es obvio que 1'255 < A < 1'265 y que el error que cometo al sustituir A' por A es menor que media centésima.

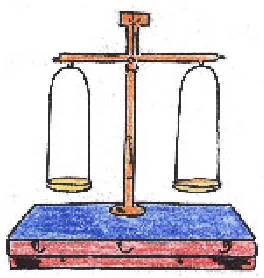
En general, al redondear un número a determinado orden cometemos un error menor que media unidad de dicho orden.

Propagación de errores

Los errores cometidos al sustituir valores reales por aproximaciones se incrementan cuando efectuamos cálculos con ellas. Aún así, es posible controlar el margen de error del resultado final.

Actividad

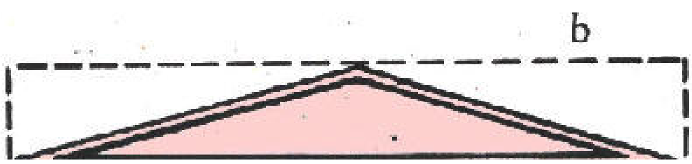
36. Un joyero pesa sus piezas con una balanza que redondea hasta el gramo. Un cliente le pide el peso de un anillo, unos pendientes y una pulsera. La balanza mide 10, 16 y 35 gramos respectivamente.

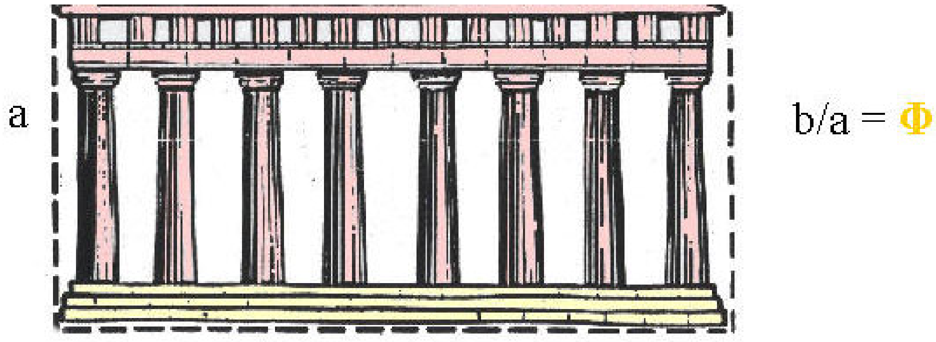


El cliente hace un pedido de siete anillos, 6 pares de pendientes y 5 pulseras. Estudia el máximo error que ha podido cometerse en el peso, y calcula los valores entre los que puede oscilar el precio real si cobra el gramo a 17 euros.

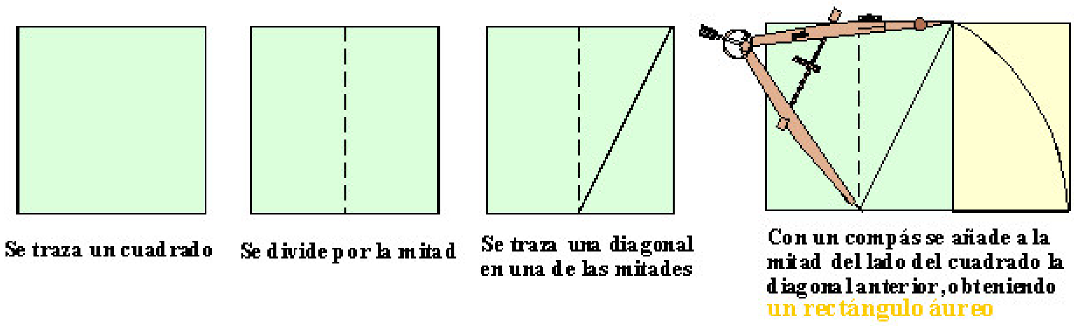
EL NÚMERO ÁUREO

El armonioso frontal del **Partenón** está inscrito en un rectángulo que tiene la propiedad de que el cociente de sus lados vale $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1'618033....$ (llamado **número áureo**)

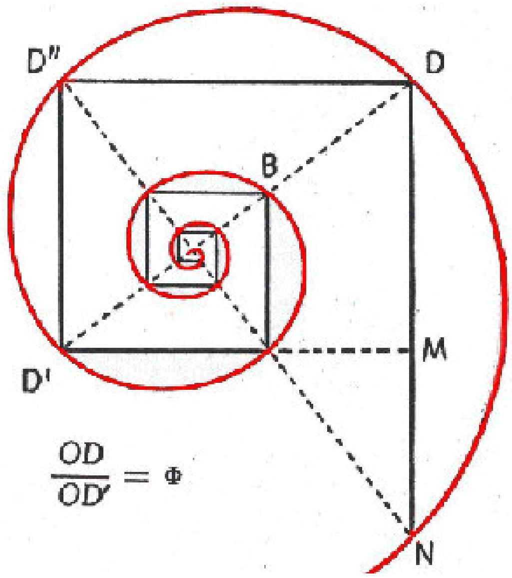


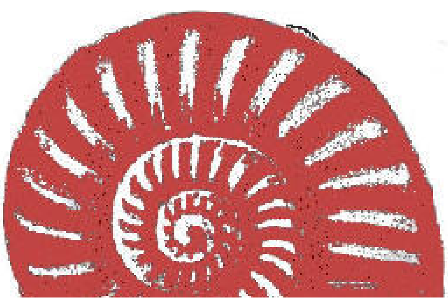


Construcción de un rectángulo áureo a partir de un cuadrado

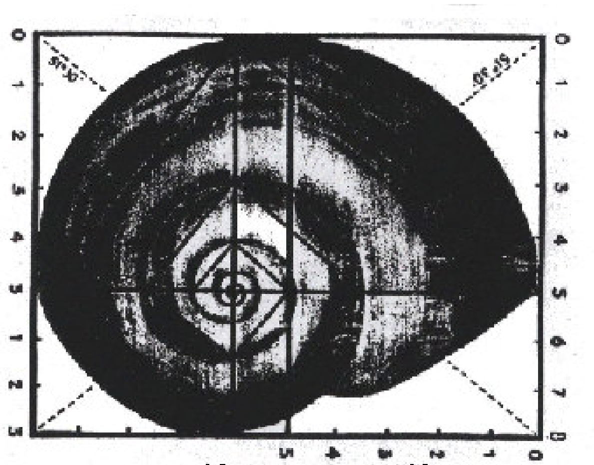


Esta proporción también se halla en el cuerpo humano: el alemán **Zeysing** efectuó medidas sobre miles de personas y llegó a la conclusión de que en las estatuas antiguas y en los hombres perfectamente proporcionados (modelos, matemáticos, etc.) el ombligo divide su altura total según la **sección áurea**. La citada proporción está en las medidas de las tarjetas de crédito, se halla presente en el perfil de muchos huevos (relación entre sus ejes) y en otros muchos ejemplos de la arquitectura y la naturaleza. se da el caso curioso de que **Fechner**, el inventor de la psicología física, pidió a numerosas personas que eligieran, de entre varios rectángulos diferentes (comprendiendo el cuadrado), aquél cuya forma más le agradase y el rectángulo áureo obtuvo una acentuada mayoría.





Amonita



Dolium Perdix

Actividades finales