

TEMA 3. OPERACIONES ARITMÉTICAS ADITIVAS

3.1.- Operaciones aritméticas aditivas

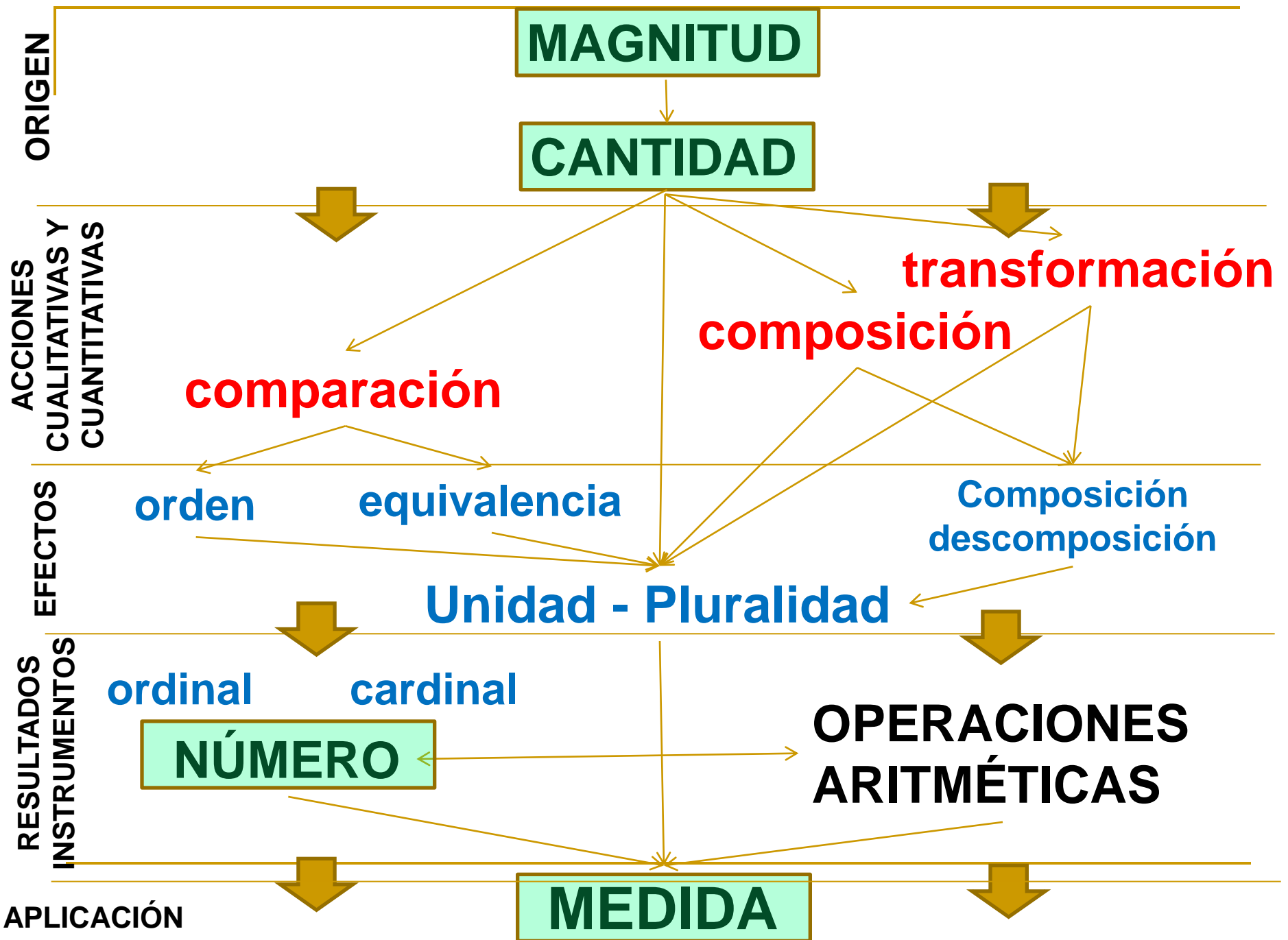
3.1.1.- Introducción. Operaciones aritméticas aditivas en el contexto de las cantidades, los números y las medidas;

3.1.2.- Facetas de las operaciones aritméticas aditivas: Concreta (Acciones), Matemática (formal), Algorítmica (dinámica) y Funcional (resolver problemas).

3.1.3.- Situaciones y contextos aditivos: reales, lúdicas, manipulativas, PAEV.

3.1.4.- Estrategias y procedimientos para sumar y restar: recuento; modelos y representaciones; cálculo mental; hechos numéricos aditivos; calculadora; algoritmos.

las operaciones
aritméticas aditivas en el
contexto cuantitativo



LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS

- El objeto de la aritmética es estudiar los sistemas numéricos junto con las operaciones que se pueden realizar en ellos
 - Pero la formación aritmética se debe orientar a la **funcionalidad** de los conocimientos, lo que obliga también al estudio de los números y las operaciones en los contextos de aplicación, es decir a trabajar también sobre la **resolución de problemas**
-

Facetas o perspectivas de
las operaciones
aritméticas aditivas

PERSPECTIVAS DESDE LAS QUE PODEMOS ANALIZAR LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS.

- A) Analizar sus significados e ***identificar las acciones que estas representan***
- B) Desde una visión ***algorítmica***
- C) Desde un punto de vista **aplicado y funcional**, medios para resolver problemas
- D) Desde una ***visión matemática***
(algebraica)

SIGNIFICADOS DE LAS ACCIONES QUE LAS OPERACIONES REPRESENTAN.

- ❑ La adición puede considerarse como la acción de: **agregar, unir, reunir, juntar, agrupar, completar, añadir, regalar, dar, etc.**
- ❑ La sustracción puede significar: **perder, quitar, sustraer, separar, disminuir, deducir, extraer, descontar, rebajar, etc.**
- ❑ La multiplicación se puede asociar a las acciones de: **reiterar, repetir, contar a salto, iterar, cuadruplicar, duplicar, triplicar, etc.**
- ❑ La división se puede considerar como: **distribuir, partir, repartir, fraccionar, trocear, compartir, etc.**

-
- Acciones y significados que influirán sustancialmente en las dificultades de la resolución de los problemas aritméticos escolares.

VISIÓN *ALGORÍTMICA* DE LAS OPERACIONES

- Resultado de la operación
 - Ha sido la predominante en los programas escolares de primaria.
 - Es una visión reducida de la operación, pues se limita a obtener el resultado de la operación. Mientras que la operación sería la acción realizada, el algoritmo permitiría calcular el resultado de ésta.
-

LA FASE QUE SUPONE EL PROPIO CÁLCULO, PUEDE CULMINARSE DE DISTINTAS FORMAS

- Mediante la manipulación de objetos y su recuento.
 - Utilizando modelos intermedios, ya sean gráficos o físicos y procediendo a su recuento.
 - Puede resolverse utilizando hechos numéricos.
 - Mediante el cálculo mental o la estimación.
 - Mediante el uso de calculadoras.
 - Utilizando convenientemente los algoritmos propios de la operación.
-

ENFOQUE *FUNCIONAL (INTEGRADO)* DE LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS

A) SIGNIFICADOS + B) CÁLCULOS
(ALGORITMOS)



C) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS

VISIÓN MATEMÁTICA DE LA OPERACIÓN

- Supone la culminación del proceso de construcción de las operaciones, convirtiéndose en objeto de estudio de la matemática.
- Definición compleja de entender para los no iniciados.
- Interesa definir las características de la operación y los conjuntos numéricos sobre los que se define.
- Interesa analizar sus propiedades que dotaran de diferentes estructuras a los conjuntos numéricos sobre los que se defina.

Situaciones y contextos aditivos

SITUACIONES Y CONTEXTOS ADITIVOS

- SITUACIONES REALES (PROBLEMAS AUTÉNTICOS)
- SITUACIONES MANIPULATIVAS / CONSTRUCTIVAS (MATERIAL DIDÁCTICO)
- SITUACIONES LÚDICAS (JUEGOS Y PASATIEMPOS)
- PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ENUNCIADO VERBAL (PAEV)

PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ENUNCIADO VERBAL (PAEV)

■ ***PROBLEMAS ESCOLARES ESTÁNDAR***

(ejercicios en contextos, comprensión lingüística, artificiales o más o menos realistas o simulados (contexto forzado o familiar, natural, conocido aunque adaptado para actividad escolar))

■ ***PROBLEMAS NO RUTINARIOS***

(no cumplen alguna de las condiciones habituales de los problemas escolares usuales)

PROBLEMAS NO RUTINARIOS

- INFORMACIÓN / DATOS
 - Insuficientes
 - Sobreabundantes o superfluos o no necesarios, relevantes e irrelevantes
- SOLUCIÓN
 - Sin solución
 - Varias soluciones
 - Solución única
 - Solución lógica (no aritmética)

-
- Ejemplos
 - Inventar problemas no rutinarios
 - Utilidad didáctica de los problemas no rutinarios
-

SITUACIONES ADITIVAS

- Enseñanza tradicional:
 - 1º ALGORITMOS
 - 2º APLICACIÓN A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
 - La enseñanza y aprendizaje de las operaciones debe comenzar con las situaciones problemas, seguir con la interpretación de problemas y culminar con la aplicación de las técnicas descubiertas a la resolución de problemas (Maza, 1.989).
-

Estrategias -
procedimientos para
sumar y restar

Principales Estrategias

- 1) MANIPULACIÓN + RECuento
- 2) MODELOS Y REPRESENTACIONES
(físicos o gráficos, acompañados del recuento)
- 3) HECHOS NUMÉRICOS ADITIVOS
(tablas operaciones aritméticas, otros)
- 4) CÁLCULO MENTAL Y ESTIMACIÓN
(secuencia numérica + dedos)
- 5) CALCULADORA
- 6) ALGORITMOS (lápiz y papel)

1) Manipulación y uso de la secuencia numérica

-
- 1.- Contar todos.
 - 2.- Contar hacia arriba desde el primero.
 - 3.- Contar hacia arriba desde el mayor.
 - 4.- Quitar de.
 - 5.- Contar hacia abajo desde o descontar de.
 - 6.- Quitar hasta.
 - 7.- Contar hacia abajo hasta o descontar hasta.
 - 8.- Añadir hasta.
 - 9.- Contar hacia arriba desde....hasta.
 - 10.- Emparejar.
-

Estrategias basadas en la manipulación y en el uso de la secuencia numérica

- **Contar todos** es una estrategia aditiva en la que se cuenta la colección resultante de haber unido las colecciones de objetos correspondientes. Es una estrategia en la que se utilizan modelos físicos o los propios dedos.
- **Contar hacia arriba desde el primero o desde el mayor,** son dos estrategias que se utilizan sin necesidad de modelos físicos y que consisten en comenzar el recuento a partir de uno de los números dados.

QUITAR DE Y CONTAR LO QUE QUEDA

- Ejemplo 1: Felipe tiene 12 caramelos y regala 3 ¿Cuántos caramelos le quedan?

El niño que utiliza la estrategia quitar de hace lo siguiente:

“Toma 12 caramelos (o cualquier objeto simple que los represente) y a continuación quita tres, cuenta lo que queda”.



QUITAR HASTA Y CONTAR LO QUE QUEDA

- Ejemplo 2 : Felipe tiene 14 caramelos y regala 9 ¿Cuántos caramelos le quedan?

El niño que utiliza la segunda estrategia hace lo siguiente:

“Toma 14 caramelos y a continuación va quitando hasta quedarse con 9. Cuenta lo que ha quitado.”



- Contar hacia abajo desde y contar hacia abajo hasta son estrategias correspondientes a las dos anteriores pero en las que no se utilizan modelos físicos, sino que la secuencia numérica es el único soporte.
- descontar de, consiste en descontar desde el minuendo, tantos como el sustraendo y donde me detengo es el resultado. En descontar hasta, consiste en descontar del minuendo hasta llegar al sustraendo, lo descontado es el resultado.
- Los ejemplos anteriores pueden servir. Las estrategias son similares, con la diferencia de utilizar la secuencia numérica en lugar de objetos físicos.

- Añadir hasta utilizada con modelos físicos, es una estrategia sustractiva aunque invoca acciones aditivas.

Ejemplo:

Juan tiene 14 cromos y ha perdido 8 ¿Cuántos cromos le quedan?

El niño que utiliza esta estrategia, toma 8 objetos y va añadiendo hasta conseguir 14. La solución son los que añade.

- Contar hacia arriba desde... hasta, es semejante a la anterior pero utilizando como soporte la secuencia numérica.

- Emparejar: hacer corresponder uno a uno las cantidades, y el recuento posterior de la parte que queda sin pareja.

Problema	Estrategia								
	Curso	Porcentaje correcto	Substractiva		Aditiva		Emparejar	Numérica	
			Quitar de	Contar hacia abajo desde	Añadir hasta	Contar hacia arriba desde		Hecho recordado	Hecho derivado
Separar. Resultado desconocido	1	61	68	1	1	3	0	1	2
	2	83	34	8	1	10	0	20	9
	3	95	9	3	1	12	0	54	13
Juntar. Cambio desconocido	1	57	2	0	42	12	1	2	4
	2	93	1	2	18	31	0	25	16
	3	95	0	1	6	27	1	48	14
Comparar. Diferencia desconocida	1	41	8	0	3	9	30	1	1
	2	70	11	6	2	17	14	19	7
	3	89	3	3	2	14	2	52	17
Combinar. Parte desconocida	1	45	45	0	4	3	0	2	2
	2	78	36	5	0	11	0	20	14
	3	91	6	1	0	13	0	53	18

relación de las estrategias y evolución de lo que hacen los alumnos desde 1º a 3º

2) MODELOS Y **REPRESENTACIONES**

■ MATERIAL DIDÁCTICO

- Puntos, balanza, regletas, ábacos, bloques multibase, cartas, dominós, etc.

■ REPRESENTACIONES GRÁFICAS

- Recta numérica, diagramas, dibujos, etc.

■ EXPRESIONES INCOMPLETAS

- Ecuaciones aritméticas sencillas

-
- Ver Maza, C. (bibliografía)

3) HECHOS NUMÉRICOS ADITIVOS

HECHOS NUMÉRICOS ADITIVOS

combinaciones numéricas basadas en las propiedades del sistema de numeración decimal

comienzo del cálculo mental

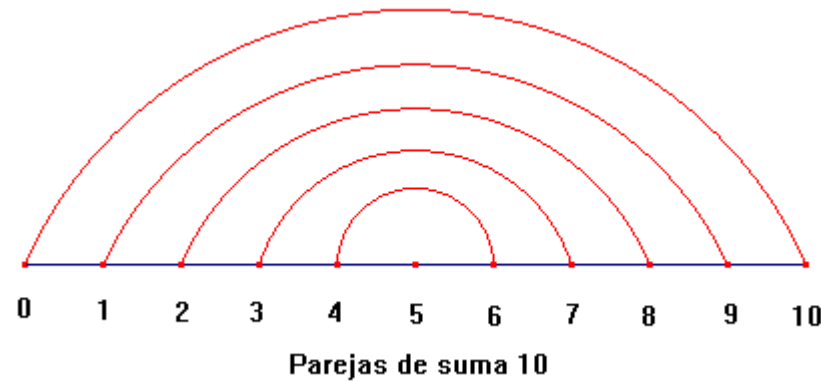
instrumento poderoso para la resolución de problemas y el desarrollo de los algoritmos de las operaciones fundamentales

Tipos de estrategias a desarrollar para trabajar los hechos numéricos aditivos:

- **Ceros:** Cuando se suma cero todo queda igual.
- **Conmutatividad:** Se usa antes de tener conciencia de ello y se afianza con tal fuerza que algunos se sienten mas seguros al dar el resultado de una pareja de números conmutándolas.
- **Conteo ascendente:** Cuando se domina la secuencia ascendente y se sabe subir de dos en dos , de tres en tres, sumar 1, 2 o 3 a cualquier número es algo sencillo de realizar.
- **Dieces:** Sumar diez a un número dígito es muy simple cuando se dominan las reglas sintáctica de nuestro sistema de numeración. Basta con incorporar un 1 a la izquierda del número dado.

- **Dobles:** Las parejas formadas con números iguales ($8+8$) son en general más fáciles de retener que el resto de parejas.
- **Los dobles más uno:** Son los vecinos del piso de arriba de los dobles. Para resolverlos basta con sumar una unidad a estos últimos.
- **Los dobles menos uno:** Son los vecinos del piso inferior de los dobles. Para resolverlos basta con restar una unidad a estos últimos.
- **El número misterioso:** Cuando se está ante una pareja de números casi vecinos, números entre los que hay uno escondido, $7+9$ o $6+8$, es posible resolver la situación hallando el doble del número misterioso.
- **Los nueves:** Sumar 9 es como sumar diez menos uno.

- **La familia de diez:** Se trata de organizar parejas de números que sumen lo mismo, en este caso 10.



- **Buscando diez:** Se trata de descomponer uno de los sumandos de tal manera que se pueda completar el otro a diez:

$$7 + 4 = (7 + 3) + 1.$$

$$8 + 5 = (8 + 2) + 3$$

■ **Patrones:** A veces los resultados son ciertos números organizados adecuadamente, adoptan aspectos chocantes o curiosos, a veces siguen reglas, patrones:

$$8 + 6 = 14$$

$$18 + 6 = 24$$

$$26 + 6 = 34$$

Además de estas estrategias podremos utilizar otras vías, como por ejemplo el conteo con objetos físicos, el tratamiento con materiales didácticos y otros recurso adecuados a estas edades.

Bibliografía.

- Alcalá, M. (1.986) "Otras Matemáticas, otra escuela". Escuela Popular.Madrid
 - Chamorro, M.C. (3.003) "Didáctica de las Matemáticas " Pearson. Madrid
 - Castro, E. Rico, L y Castro, E. (1.987). "Números y operaciones". Síntesis. Madrid.
 - Castro E. (2.001) "Didáctica de la matemática en la Educación Primaria" Síntesis. Madrid
 - Dikson, L , Brown, M y Gibson O. (1.991)."El aprendizaje de las Matemáticas". Labor. Madrid
 - Gómez, B. (1.988) " Numeración y cálculo" Síntesis. Madrid.
 - Kamii, C.(1988). " El niño reinventa la aritmética" . Visor. Madrid
 - Maza,C (1.991). " Enseñanza de la suma y la resta". Síntesis . Madrid
 - Maza,C (1.991). " Enseñanza de la multiplicación y división". Síntesis . Madrid
 - Resnick y Ford (1.990) "La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos". Paidós-Barcelona.
-