

## El número natural y su representación

No pretendemos realizar un desarrollo exhaustivo de la diferenciación entre el objeto conceptual número y la representación que hacemos de él, pero sería muy importante que antes de introducirnos en el análisis de los sistemas de representación numérico pudiéramos diferenciar las ideas, los conocimientos asociados al número y las imágenes mentales que los caracterizan de los signos y palabras que utilizamos para representarlos.

No es nada fácil definir el concepto número, podemos encontrar diferentes aproximaciones a él, como por ejemplo:

Rico (1.987) define el concepto de número natural como una red de relaciones que se establecen entre conceptos básicos como: recuento, cardinal, ordinal, medida, etc...

A. Bouvier y M. Geroge (Diccionario de Matemáticas, 1.979, pág. 581), dicen: "Puede considerarse un número como una abstracción ligada a conjuntos de objetos".

Castro (2.001) lo define en función de sus aplicaciones : "Los números permiten codificar, tratar y transmitir información de manera fácil y concisa, siendo un medio de expresión y comunicación, de ahí su importante presencia en las situaciones cotidianas".

### Los contextos numéricos

Teniendo en cuenta esta última definición es aconsejable conocer las funciones del número y construir un conjunto de situaciones donde cobre todos sus significados. Rico ( 1.987) describe los siguientes usos y significados del número:

- a) *Secuencia verbal*: Recitado de la secuencia numérica sin referirnos a ningún objeto concreto. Se emplea para diferentes funciones: para aprender la serie numérica, para cronometrar, como componente esencial para otras funciones numéricas.
- b) *Recuento*: Incorpora sobre el uso anterior la exigencia de relacionar cada elemento de la secuencia numérica con un objeto concreto de una colección.
- c) *Cardinal*: Está relacionado con la numerosidad de una colección de objetos. Responde al "cuántos" y por tanto es un índice del tamaño o medida de una colección de objetos.
- d) *Medida*: En este contexto, que podemos considerar como una extensión del anterior, el número indicará el número de veces que la unidad de medida está contenida en una cantidad de magnitud continua a medir. Como se verá a lo largo de este curso los números naturales son insuficientes para expresar el resultado de una medición, pues cuando la magnitud es continua (longitud, superficie, volumen, masa, etc.), no siempre la unidad de medida está contenida un número de veces exactas en la cantidad de magnitud a medir, por lo que es necesaria un sistema de medidas (múltiplos y submúltiplos de la correspondiente unidad) y una ampliación del conjunto numérico: racionales ( fracciones, decimales limitados o periódicos) e irracionales ( decimales ilimitados no periódicos).
- e) *Ordinal*: Expresa la posición relativa de un objeto en un conjunto discreto y totalmente ordenado en el que se ha tomado a uno de sus elementos como inicial. En este contextos se suelen emplear los números ordinales: primero, segundo, etc.

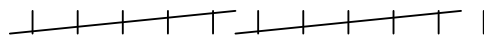
- f) *Código*: Se utiliza para identificar o distinguir a los elementos de una determinada colección. Las ventajas de utilizar para nombrar los símbolos numéricos son entre otras: ocupan poco espacio, se identifican rápidamente, son fáciles de nombrar y escribir y sobre todo si la asignación se realiza siguiendo la serie numérica, nos permite cuantificar y ordenar la colección.

### **Análisis de la evolución de la representación numérica.**

Las representaciones numéricas son las apariencias físicas de los números, los símbolos y las palabras que los representan cuyas funciones principales son las de comunicación, transformación y objetivación.

El número no ha sido representado de una única forma a lo largo de la historia. Se ha evolucionado bastante desde aquellas muescas que nuestros antepasados realizaban en troncos de madera o en huesos largos, o de aquellos trazos lineales realizados sobre paredes de cuevas, hasta la forma en como nosotros lo hacemos ahora.

Los primeros sistemas a los que les llamaremos de representación simples, cumplen su función cuando son pocos los objetos a contar, en caso contrario algunas culturas antiguas dieron un paso adelante e idearon agrupar estos “palotes” creando nuevos símbolos.



En nuestro caso, hemos decidido que cada cinco “palotes” sea sustituido por otro símbolo; pero no todas las culturas utilizaron el 5 como base del agrupamiento, la mayoría utilizaron el 10, posiblemente por el hecho de tener un total de diez dedos en nuestras manos, pero también 12 e incluso otras cantidades como 20 o 60.

A estos sistemas de representación les llamamos de agrupamiento simple.

Si sustituimos estas agrupaciones por un símbolo, siguiendo la notación empleada por Miller y Heeren( 1.979), y también por Gómez(1.988) por ejemplo V, podremos representar en este “sistema ficticio” diferentes números:

37 .....VVVVVVVII  
 74.....VVVVVVVVVVVVVVVIII  
 17.....VVVII

Estas representaciones siguen manteniendo el inconveniente de los de representación simple cuando los números son grandes.

Para remediar este inconveniente algunos pueblos antiguos, por ejemplo los egipcios, repitieron el proceso del agrupamiento tantas veces como fuera necesario y de esta forma introducen nuevos símbolos para representar los diferentes niveles de agrupamiento. Continuando con la representación utilizada por Gómez (1.988), confeccionamos un nuevo sistema de representación en el que los diferentes símbolos serán:

I.....representa unidades sueltas.  
 V.....representa IIIII ( cinco unidades sueltas)  
 N.....representa cinco V.  
 W.....representa cinco N.  
 M..... representa cinco W.

.....

Este tipo de sistemas de representación les llamamos de agrupamiento múltiple o simplemente aditivos. Se caracterizan por estar compuesto de símbolos que representarán a la unidad y a las diferentes potencias de la base elegida ( número que rige los agrupamientos). El número representado se obtiene por la suma de los valores de los diferentes símbolos que lo constituyen. Así por ejemplo la representación:

M M N N N W W W I I I N V V

corresponde al número .....

Como puedes observar, el orden no es una propiedad básica en estos sistemas; los símbolos utilizados tienen un valor que es independiente de la posición en la que se coloquen. Las representaciones WWWNNNIII, NWNWNWIII, IWWNNNWII, etc corresponden al mismo número. Otra cuestión es que nos parezca más adecuada la primera representación por disponer de los mayores agrupamientos a primera vista, de acuerdo a nuestra orientación lectora.

Reconociendo las mejoras de estos sistemas respecto a los de registro simple o a los de agrupamiento simple, aún podemos encontrar algunos inconvenientes. El primero es la extensión de la representación cuando los números son elevados, otro es la necesidad de crear símbolos de forma ilimitada para las diferentes potencias de la base. Por otra parte hay que reconocer la simplicidad de la representación y su fácil sintaxis.

Un ejemplo de este tipo de sistema es el egipcio. Si tienes interés en conocerlo te remitimos a la siguiente dirección:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>.

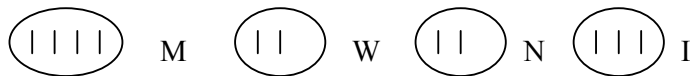
Un paso adelante, en el camino hacia la simplificación de la representación numérica, lo constituye la eliminación de la repetición de los símbolos de las diferentes potencias de la base del agrupamiento por nuevos símbolos; esta idea introduce el principio multiplicativo en la representación numérica.

Sustituiremos la repetición de los diferentes agrupamientos por nuevos símbolos, por ejemplo utilizaremos los siguientes:



Que representarán 4 veces, 3 veces, 2 veces y 1 vez el símbolo que les preceda.

En nuestra reconstrucción en lugar de representar MMMMWWNNNIII, este principio multiplicativo permitirá realizar la siguiente traducción:








Los sistemas que incorporan esta particularidad lo denominaremos multiplicativos y como en los anteriores el orden o la posición no interviene de forma prioritaria, pudiendo aparecer de forma desordenada los símbolos de las diferentes potencias de la base, eso sí, con su correspondiente repetición precediéndole. A pesar de lo anterior parece una buena idea registrar en orden ascendente o descendente las diferentes potencias.

Un ejemplo de estos sistemas lo podemos encontrar en el sistema de representación numérico chino, complejo por el tipo de simbología utilizado. En la dirección anterior puedes analizar dicho sistema.

Nuestro sistema de numeración hablado tiene rasgos característicos de un sistema multiplicativo. Si analizamos expresiones como “ tres mil cuatrocientos setenta y cinco”, podemos apreciar estas ideas multiplicativas.

Hasta ahora en los sistemas de representación que hemos analizado, el cero no ha aparecido. ¿Hace falta el cero en sistemas aditivos o multiplicativos? Pues la verdad es que no. Si un orden de agrupamiento no aparece, pues simplemente no se registra. En los siguientes ejemplos podemos ver como ocurre esta situación:

Aditivo	Multiplicativo	Sistema decimal
NNN II	 N  I	77
WW VVV IIII	 W  V  I	329

No cabe duda que los sistemas multiplicativos suponen un avance sobre los aditivos, avances que suponen facilidad a la hora de realizar operaciones con ellos, reducción de la extensión de los registros numéricos, posible comodidad a la hora de comunicar oralmente los números representados; aunque por otra parte tendremos que aceptar que utilizan un mayor número de símbolos, los que registrarán las diferentes potencias de la base, igual que el caso de los aditivos, y además los que nos permitirán indicar las diferentes repeticiones.

Pero quizás el mayor valor de los sistemas multiplicativo es que constituyen el eslabón necesario para llegar a sistemas semejantes al nuestro. La ley del mínimo esfuerzo, como indica Gómez (1.988), pudo ser el desencadenante de una simplificación de estos sistemas ¿Porqué si escribimos de forma ordenada los diferentes símbolos de los agrupamientos, precedidos por sus repeticiones, no podemos prescindir de estos y quedarnos sólo con las repeticiones? Y de esta manera en lugar de escribir:




escribimos:



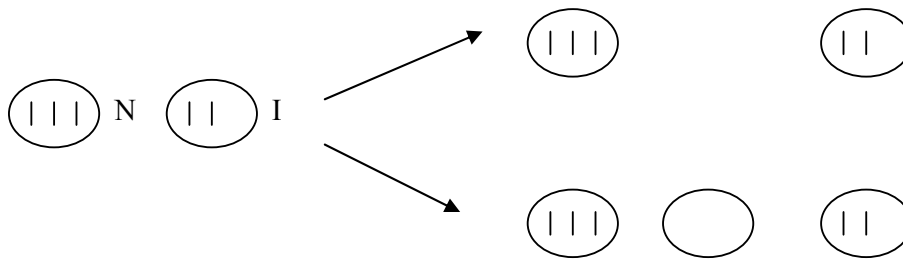
Con el compromiso de que el símbolo de la derecha represente las repeticiones de las unidades sueltas, el siguiente las repeticiones de los agrupamientos de cinco, y así sucesivamente.

Esta reducción elimina la necesidad de representaciones para los diferentes agrupamientos, lo que supone una reducción muy importante del número de símbolos del sistema. Mientras que el compromiso nos introduce una propiedad importante: la posición. Los símbolos podrán utilizarse en diferentes partes de la representación numérica con diferente significado. En nuestro ejemplo anterior, aparecen en dos

ocasiones el registro  pero con dos valores diferentes, en uno representa las repeticiones del agrupamiento V y en otro las del N.

Pero si como hemos indicado anteriormente, en los sistemas construidos ( aditivos y multiplicativos) no teníamos la necesidad del cero, con esta simplificación nos encontramos con el problema de mantener la secuencia de los diferentes ordenes y esto nos obliga a indicar de alguna manera la inexistencia de alguno de ellos. Si bien alguna civilización resolvió el problema mediante huecos (los babilonios), otras ( la hindú y la maya) lo resolvieron creando una nueva representación que significaba la ausencia de algún orden.

En nuestra reconstrucción estas son las dos opciones posibles:



Las dificultades derivadas de gestionar el tamaño de los huecos, sobre todo cuando son varios, o cuando estos se encuentran en la posición de las unidades, han supuesto la adopción de la segunda solución para los sistemas mas desarrollados.

Estos sistemas que llamaremos posicionales acumulan las ventajas de los anteriores y además añaden algunas que entendemos son definitivas: el número de símbolos utilizados son limitados, las representaciones numéricas en ellos son menos extensas y sobre todo permitirán realizar de forma fácil operaciones con ellos.

Los sistemas de numeración babilónico y maya son dos ejemplos curiosos de sistemas posicionales. Puedes analizarlos en la siguiente dirección:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>

### Características de nuestro sistema de numeración

Del desarrollo anterior observamos que nuestro sistema de numeración es de tipo posicional, en el que la base de agrupamiento es diez. Distribuimos la cantidad en grupos de 10 (decenas), a continuación esas decenas las volvemos a agrupar de 10 en 10, y de esta manera obtenemos grupos de 100 (centenas) y así sucesivamente.

Para indicar una determinada cantidad indicamos cuántos elementos sueltos nos quedad (unidades), cuántas decenas, centenas etc... Para ello disponemos de los símbolos (dígitos) 1, 2, 3,...,9 y del 0 para el caso de ausencia de algún agrupamiento.

Escribimos el número de agrupamientos de diferentes órdenes de izquierda a derecha y de mayor a menor, así en el número: 256, estamos indicando 2 grupos de cien (centenas), 5 grupos de diez (decenas) y 6 unidades sueltas.