

APRENDER A ENSEÑAR MATEMÁTICAS

Documento 1: Notas para fundamentar un plan de Formación de Profesores de Matemáticas

(José L. González Marí)¹

Introducción

Creo que es evidente que es enseñando matemáticas como se aprende a enseñar matemáticas, pero, al mismo tiempo, enseñar matemáticas no es la única ni la mejor forma de aprender a enseñar matemáticas. Dicho de otra manera, enseñar matemáticas es necesario pero no suficiente para llegar alguna vez a enseñar “bien” las matemáticas, es decir, el sistema profesor-docencia-desarrollo profesional como profesor de matemáticas no debe ser un sistema cerrado; necesita de aportes específicos de fuera del sistema que hagan las veces de espejo y observador crítico y perfeccionista de la tarea docente. Pero no sólo es necesario dicho aporte para evitar anquilosamientos peligrosos, sino, sobre todo, para reeducar y reorientar aspectos de la formación que fueron moldeados caprichosamente en sentido inadecuado para la función docente por las experiencias personales irrepetibles ocurridas en el pasado.

Siguiendo con el mismo juego de condiciones, también creo que es evidente que saber matemáticas, muchas y buenas matemáticas, haber leído numerosos libros de matemáticas, tener un buen currículum en los estudios de Matemáticas, tampoco es suficiente para enseñar “bien” las matemáticas. Sin duda puede ser un factor que contribuya sensiblemente a mejorar los resultados de la función docente, pero me atrevería a decir que también puede que no sea el factor fundamental para conseguir que los alumnos tengan buenas experiencias matemáticas y aprendan las matemáticas en grado óptimo. En este sentido estoy convencido de que ser un “buen matemático”, en el sentido más amplio y profundo del término, no tiene porqué implicar el ser un “buen profesor de matemáticas”.

Cuando nos referimos a Profesores de Matemáticas estamos pensando en los docentes de cualquier nivel educativo que deben encargarse de la enseñanza de conocimientos matemáticos, bien de forma exclusiva, como ocurre con los profesores de asignaturas de Matemáticas de Bachillerato o de la Universidad, bien de forma no exclusiva o compartida, como ocurre con los maestros de los niveles elementales.

Por otro lado, la referencia básica que adoptamos y a la que corresponde la mayor parte de las reflexiones es la de la titulación de Maestro en Educación Primaria, si bien todo lo que se diga es extensible a la formación de otras especialidades de Maestro así como a la formación inicial y permanente del profesorado de Secundaria y Bachillerato. Que duda cabe de que la mayoría de los fundamentos que se exponen a continuación son comunes a la formación de profesores de matemáticas de los distintos niveles. Lo que sí será diferente en cada caso son las determinaciones concretas que se adopten para el diseño curricular del plan de formación específica que se construya para cada nivel de profesorado.

Fundamentación: Aspectos generales

Algunas características del diseño de un proceso formativo

El diseño del proceso debería ser:

- **teórico**, por cuanto que, como todo diseño, se trata de un planificación preactiva cuya bondad, validez y eficacia sólo podrá ser determinada una vez que se haya desarrollado prácticamente;
- **realista**, en la medida en que en su elaboración se pretende tener en cuenta las experiencias y conocimientos adquiridos sobre los alumnos, las características de la materia, las condiciones en las que presumiblemente se va a desarrollar el proceso formativo, las características del medio escolar y de la labor profesional del Maestro así como del medio sociocultural en el que aquél está inmerso;
- **ambicioso**, puesto que, por un lado, pretende adaptarse a las expectativas curriculares del futuro

¹ González (1999). “Proyecto Docente”. Nos remitimos a este documento para información sobre las referencias completas.

inmediato y establecer aspectos novedosos que podrían incorporarse en futuros planes de formación; por otro lado, se pretende contemplar medidas orientadas a paliar algunas de las circunstancias adversas que dificultan o impiden una formación de mayor calidad, tales como: deficiencias y carencias en la formación básica de los estudiantes, motivación y autoestima ante una baja consideración de los estudios así como ante unas condiciones y expectativas laborales manifiestamente mejorables, relaciones teoría-práctica, masificación, actitudes y valores sociales dominantes, inercia provocada por una historia didáctica basada en un proceso demasiado rutinario, heterónimo y orientado en su mayor parte hacia la instrucción, etc.;

- **sistémico**, porque se debería centrar en torno a las experiencias y conocimientos de los futuros profesores, tanto previas como adquiridas durante el propio proceso, a modo de referencias constantes a las que se deberán supeditar, dentro de un sistema integrado, el resto de consideraciones y factores;

- **detallado**, en la medida en que se pretende ir más allá de un mero diseño curricular general;

- **adaptado** a la normativa europea

FACTORES E INTERROGANTES

La elaboración de una propuesta curricular es una tarea compleja que debe atender a múltiples factores y exige adoptar una posición clara sobre cuestiones como las siguientes:

a) En relación con el campo de la *Educación Matemática en Primaria (en Secundaria y Bachillerato)* ¿Cuáles son las principales características de una buena formación matemática elemental y de qué factores depende?; ¿a qué se debe que existan importantes diferencias entre las finalidades propuestas en los diseños curriculares y los logros reales alcanzados?; ¿cómo influyen diferentes concepciones de las matemáticas en el currículo de Educación Primaria y su desarrollo?; ¿son los fines generales de la Educación Matemática adecuados al contexto sociocultural actual?; ¿cómo se deben contemplar dichos fines en el diseño curricular de matemáticas?; ¿por qué motivos es tan bajo el rendimiento escolar en matemáticas?; ¿es posible mejorarlo?; ¿cómo?; ¿responde la Educación Matemática en Primaria a las expectativas y necesidades individuales, sociales y culturales?; etc.;

b) En relación con los *alumnos de los niveles de Primaria (de Secundaria y Bachillerato)*, como destinatarios últimos del plan de formación: ¿cómo mejorar el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas?; ¿de qué factores depende la actitud de los alumnos hacia las matemáticas?; ¿cómo incide la utilización del libro de texto así como de otros recursos y materiales didácticos en los dos factores anteriores?; ¿cuáles son las características de la nueva cultura matemática escolar y cómo evoluciona?; ¿de qué factores depende?; ¿qué piensan o qué manifiestan los alumnos de Primaria sobre la utilidad de las matemáticas escolares y la necesidad de su estudio?; ¿cómo se puede mejorar este aspecto?; etc.;

c) En relación con *la función docente y el carácter profesional de la formación*: ¿Qué es “enseñar matemáticas”?; ¿cuáles son las condiciones de trabajo del Maestro de Educación Primaria (Profesor de Secundaria y Bachillerato)?; ¿a qué debe atender y en qué orden en su tarea profesional?; ¿qué conocimientos y destrezas profesionales debe alcanzar para enseñar matemáticas con unas mínimas garantías de éxito?; ¿qué es ser un buen Maestro de Primaria (PSB)?; ¿qué le pide el alumno, la institución educativa y la sociedad a un Maestro de Primaria (a un PSB)?; ¿cuál es en la actualidad y cuál debería ser su papel en el aula, en el sistema educativo y en la sociedad?; etc.;

d) En relación con la *Didáctica de la Matemática* como Área de Conocimientos: ¿Cuáles son los factores de los que depende la investigación en Educación Matemática?; ¿cuáles son las relaciones de la Didáctica de la Matemática con otras ciencias y campos de la actividad humana?; ¿qué métodos, teorías y conocimientos procedentes de otras áreas de investigación son útiles?; ¿cuáles son necesarios?; ¿se puede hablar de especificidad parcial de la investigación en Educación Matemática en el sentido de poseer connotaciones científicas propias, además de las compartidas con otras ciencias?; ¿cuáles son dichos aspectos específicos?; ¿es posible distinguir una investigación en Educación Matemática de otra realizada en un campo afín?; ¿es necesario?; ¿es deseable?; etc.

e) En relación con el *alumno futuro Profesor de Matemáticas o Maestro de Educación Primaria*: ¿Cuáles son las características de los conocimientos y experiencias previas que son útiles para una formación más eficaz y cómo utilizarlas?; ¿cómo inciden las condiciones socioculturales y las expectativas laborales en su formación?; ¿cómo paliar, si es posible, los inconvenientes de este tipo?; ¿cuáles son las necesidades y posibilidades formativas del futuro Maestro?; ¿qué tipo de conocimientos y experiencias necesita para adquirir un grado elevado de autonomía y modificar en un sentido positivo su actitud hacia las matemáticas y sus concepciones sobre su enseñanza y aprendizaje?; etc.

f) En relación con el propio *plan de formación*: ¿Cuál es la finalidad de un plan de formación inicial de Maestros de Educación Primaria (de Profesores de Secundaria y Bachillerato) en el campo específico de la Educación Matemática?; ¿de qué depende la formación de un Maestro de Primaria (Profesor de Secundaria y Bachillerato)?; ¿cuáles son los factores que inciden en una formación de mayor calidad y qué entendemos por calidad de un plan de formación inicial de Maestros (Profesores de Secundaria y Bachillerato)?; ¿cuál debe ser el papel de la teoría y la práctica en el plan de formación?; etc.

g) En relación con el *marco académico y curricular* en el que se desarrolla la formación inicial: ¿Responde la oferta de la Universidad a las necesidades individuales, profesionales y sociales que demandan la formación inicial de Maestros (de Profesores de Secundaria y Bachillerato)?; ¿debe, dicha oferta de formación, atenerse estrictamente a la realidad escolar y profesional o, por el contrario, debe ser independiente de ella?; ¿cómo y en qué medida se debe tener en cuenta la realidad escolar, laboral y profesional a la hora de establecer los criterios de admisión de alumnos, elaborar los planes de formación y desarrollar las asignaturas?; ¿cómo evaluar la calidad de la formación profesional alcanzada al finalizar el plan de estudios de la especialidad de Maestro de Educación Primaria (de Profesor de Secundaria y Bachillerato)?; ¿qué relaciones deberían existir entre los Departamentos y Profesores universitarios implicados en los planes de formación de Maestros y los Centros escolares y Maestros en ejercicio?; etc.

Fundamentación: Aspectos específicos

En lo que sigue se incluyen consideraciones extensas sobre los principales aspectos que creemos que inciden especialmente en la formación de profesores de matemáticas. Una gran parte del contenido son aclaraciones necesarias para adoptar decisiones posteriores sobre los diferentes aspectos del plan de formación, es decir, ideas sobre las que fundamentar dichas decisiones o ideas que pueden ser cruciales para matizar algunos de los múltiples factores de los que depende el diseño y el desarrollo de un plan de formación. Las reflexiones y datos se aglutinan en torno a los siguientes núcleos de interés: Matemáticas, Educación Matemática, Didáctica de la Matemática y Formación de Profesores de Matemáticas.

MATEMÁTICAS

Creemos que el conocimiento matemático es el resultado de la actividad intelectual del ser humano, con los matices que se indican a continuación. Esta explicación, que no pretende ser cerrada ni completa, contempla también la integración de las principales posiciones y corrientes epistemológicas, como también veremos.

Aceptamos los siguientes principios generales:

a).- El conocimiento matemático es un conocimiento perfectible, sujeto a errores, parcial e incompleto, que tiene que ver con ideas u objetos conceptuales, independientes de su simbolización o representación, a los que el ser humano accede mediante el descubrimiento y la invención o creación no arbitrarias, con una existencia ficticia o convencional que comparte dos ámbitos diferentes: el conceptual individual y el supraindividual, cultural o colectivo como parte de la conciencia compartida.

b).- Las diferentes corrientes y posiciones epistemológicas relevantes sobre el conocimiento matemático no son más que enfoques parciales, a veces extremos, que atienden exclusiva o prioritariamente a alguno de los aspectos mencionados en el apartado anterior. Todas, sin excepción, tratan de describir una parte de la verdadera naturaleza y modo de existencia del conocimiento matemático; así:

- el platonismo resalta e idealiza, hasta el extremo, el modo de existencia supraindividual del

conocimiento y el acceso al mismo mediante el descubrimiento;

- el formalismo atiende al carácter ficticio o convencional de la invención o creación intelectual pretendidamente pura; el juego formal, desprovisto de significados, constituye el máximo exponente de la creación intelectual, aparentemente libre de las ataduras materiales;

- la posición logicista hace hincapié en el carácter no arbitrario de la creación, acudiendo a la lógica y al razonamiento como vehículo para su justificación y legalización;

- el intuicionismo, por el contrario, descarta el concurso del razonamiento apelando a la intuición tanto individual como colectiva;

- el cuasi-empirismo pone el énfasis en el carácter falible de la actividad humana, que se pone en evidencia en el propio proceso que conduce al descubrimiento a través del razonamiento hipotético-deductivo;

- el constructivismo social propugna el carácter convencional del conocimiento matemático como resultado de la comunicación y publicación del conocimiento subjetivo, concediendo una importancia especial a su existencia como conocimiento socialmente construido, patrimonio de la conciencia compartida.

c).- La creación/descubrimiento del conocimiento matemático se encuentra condicionada por lo que hay de común a todos los individuos y culturas que la han hecho y la hacen posible: las características comunes de la mente humana (físicas y fisiológicas, entre otras), las características comunes del medio en el que se desenvuelven los sujetos (físicas y sociales, entre otras) y las características comunes de la interacción entre ambos (que proceden, entre otros motivos, de las necesidades propias de la adaptación del sujeto al medio).

Algunas *consecuencias* son las siguientes:

1.- La intervención de los tres factores: mente, medio e interacción entre ambos, se produce, aunque quizás en distinta medida, en todas y cada una de las interpretaciones sobre la naturaleza, modo de existencia y formas de producción del conocimiento matemático. En unos casos dicha intervención es clara y directa (platonismo, intuicionismo, cuasi-empirismo, constructivismo social), mientras que en otros (formalismo, logicismo) se produce una influencia indirecta de los mismos (todo juego de reglas es producto del pensamiento humano, el cual se configura en un medio concreto en el que se desenvuelve en constante interacción con él).

2.- El análisis sobre la naturaleza y el modo de existencia del conocimiento matemático, para ser completo desde el punto de vista didáctico, debe tener en cuenta:

- características de la mente humana en relación con el conocimiento matemático: instrumentos y estructuras conceptuales; funciones cognitivas; formas de representación del conocimiento, entre otras;

- características del medio en relación con el conocimiento matemático: fenómenos, cuestiones y problemas que constituyen el campo de actuación; características de los factores lingüísticos y socioculturales que afectan a la expresión y comunicación del conocimiento, entre otras;

- características de la interacción en relación con el conocimiento matemático: necesidades individuales, socioculturales y científicas; formas de utilización del conocimiento ya existente, entre otras.

3.- El análisis didáctico del conocimiento matemático debe incluir como aspectos básicos:

- el análisis epistemológico (histórico-crítico y lógico-formal);

- el análisis cognitivo;

- el análisis fenomenológico;

que se han de complementar y relacionar estrechamente con un análisis sobre la enseñanza y el currículum como aspectos específicos y terminales de la Educación Matemática; cuatro grandes campos de análisis que conforman, en nuestra opinión, el marco general de la investigación en Educación Matemática.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Concebimos la Educación Matemática como el conjunto de fenómenos y procesos relacionados con las actividades humanas, sociales y culturales ordenadas y orientadas a la personalización, transmisión y creación de la cultura matemática considerada como experiencia colectiva organizada. Una de las finalidades primordiales de la Educación Matemática es la preparación de la intervención activa del individuo en la sociedad. El sistema convencional de enseñanza de las matemáticas y sus procesos de aprendizaje constituyen parte importante del campo de la Educación Matemática.

Steiner (1984) señala que la Educación Matemática es un campo cuyos dominios están caracterizados por una extrema complejidad (relaciones entre las matemáticas, las ciencias, la tecnología y otras áreas, la estructura de la enseñanza y la escolarización, las condiciones y factores que intervienen en la cognición individual y en el desarrollo social, etc. Por su parte, Davis (1984) señala cuáles son los estudios básicos que constituyen los fundamentos de la Educación Matemática:

- Estudios cognitivos de cómo los seres humanos aprenden matemáticas;
- Diseño curricular;
- Observación y descripción de los logros de los estudiantes, de las experiencias de aprendizaje, etc.
- Análisis de las necesidades sociales;
- Análisis de los factores que influyen en el éxito o fracaso de los aprendizajes matemáticos;
- Explicación de los principios para proyectar y diseñar buenas lecciones;
- Estudios demográficos y sociales sobre grupos de población de estudiantes;
- Estudios de los determinantes culturales, económicos e históricos de la educación;
- Estudios sobre materiales de aprendizaje efectivos;
- Estudios sobre metodologías apropiadas

Rico (1987) añade los siguientes aspectos:

- Formación inicial de profesores: Estudio de los conocimientos que debe adquirir un profesor en formación según los distintos niveles de enseñanza; análisis de las creencias, actitudes, valores y comportamientos del profesorado y su incidencia en la transmisión del conocimiento matemático;
- Formación permanente del profesorado; seminarios permanentes y equipos de trabajo en el aula;
- Evaluación de la capacidad docente y educativa del profesor de matemáticas;
- Organización de la enseñanza de las matemáticas;
- Delimitación de los núcleos básicos de información que debe conocer un profesor.

Por su parte, Begle (1978) hace una clasificación de las áreas problemáticas en Educación Matemática, señalando:

- 1.- La naturaleza de las matemáticas y de los objetos matemáticos;
- 2.- Metas de la Educación Matemática;
- 3.- Problemas relativos al profesorado;
- 4.- Variables del currículo;
- 5.- Variables de los estudiantes;
- 6.- El entorno;
- 7.- Variables de instrucción;
- 8.- Pruebas;
- 9.- Resolución de problemas.

Igualmente, son ya clásicos los problemas que presentaba la Educación Matemática, según Freudenthal (1981), hace ya casi dos décadas; la mayor parte de ellos siguen estando vigentes hoy día. Desde este punto de vista, Rico (1992) expone una revisión exhaustiva y detallada de los problemas de la Educación Matemática desde diversos puntos de vista. De dicha revisión destacamos los *campos generales* que extrajo Wheeler (1984) mediante la recogida de opiniones de diversos especialistas:

Desarrollo de la teoría; Epistemología; Formación del Profesorado; Currículo de Matemáticas; Cognición Matemática; Enseñanza de temas específicos; Sociología de la Educación Matemática;

Metodología de la investigación.

Una de las consecuencias que aparentemente se derivan de las consideraciones anteriores es el carácter interdisciplinar de la Educación Matemática (Kilpatrick, 1985), opinión que no compartimos y a la que haremos algunas matizaciones a propósito del Área de Didáctica de la Matemática.

NUESTRA POSICIÓN

En el complejo campo de la Educación Matemática se pueden identificar y separar, a efectos teóricos, una serie de parcelas diferenciadas que en la práctica educativa interactúan y operan conjuntamente. En primer lugar, la que atiende a los **aspectos psicológicos** de la Educación Matemática y, especialmente, a los aprendizajes en matemáticas, abarcando, entre otras cuestiones:

- la naturaleza, las características y la evolución de los aprendizajes;
- los errores y las dificultades en los procesos de aprendizaje;
- los procesos individuales de constitución de los conocimientos, así como las semejanzas y diferencias entre individuos diferentes;
- las representaciones cognitivas y significantes de los conocimientos;
- las relaciones entre las experiencias y la formación de los conceptos;
- el papel del lenguaje en el aprendizaje y desarrollo cognitivo;
- la adquisición de automatismos, procedimientos y destrezas.

Por otra parte, encontramos un campo con entidad propia centrado en la **enseñanza** de la matemática, es decir:

- fundamentos de la enseñanza: epistemológicos, fenomenológicos, culturales, didácticos, sociológicos, etc.;
- naturaleza, características, relaciones, estructura y organización de los elementos que integran el currículum escolar (objetivos, contenidos, metodología, recursos, relaciones de comunicación, evaluación, etc.);
- factores y condiciones complejas propias de toda actividad humana (socioculturales, económicos, medioambientales, etc.);
- políticas educativas y proyectos curriculares;

Y, en tercer lugar, una parte más ligada a la práctica y a lo que es el funcionamiento efectivo del Sistema de Enseñanza, basada en los **procesos de enseñanza-aprendizaje** propios del hecho educativo real, en los que interactúan diversos factores de los dos apartados anteriores, es decir:

- métodos y técnicas para provocar aprendizajes óptimos;
- recursos y medios necesarios para ello;
- adecuación de los diseños curriculares a los intereses, capacidades y necesidades de los alumnos así como a las necesidades científicas, socioculturales, a las diferencias individuales; etc.
- formación científico-didáctica y profesional del Profesor de matemáticas; etc.

Sin embargo, a pesar de la multiplicidad de factores y de la aparente separación entre ellos, se constata la necesidad de la integración en un todo coherente y específico. El motivo radica en las relaciones de dependencia que se dan realmente entre los diferentes enfoques y disciplinas concurrentes. Así, no es difícil constatar, por ejemplo, la dependencia que tienen los tres campos mencionados respecto de la Matemática, su Epistemología y su Historia. De hecho, los análisis epistemológicos en el campo educativo deben tener una orientación marcadamente didáctica (el interés primordial no debe estar en conocer la matemática en profundidad sino en obtener información útil y relevante para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Para ello, los estudios epistemológicos se deben hacer pensando en el alumno; su pensamiento, sus necesidades y capacidades; en el aula; en las actividades usuales; en los métodos y técnicas que se utilizan cotidianamente, etc.). Y es conjugando la información obtenida bajo este enfoque peculiar y específico, con los planteamientos actuales sobre la naturaleza y existencia de los objetos y teorías matemáticas así como sobre otros factores que afectan al hecho educativo real, como se encuentra la conexión entre las distintas partes bajo una referencia única:

el pensamiento matemático individual y colectivo, su evolución, sus relaciones con otros tipos de pensamiento y su educación, no sólo con miras a la simple transmisión del conocimiento matemático, sino lo que es más importante, para que sea posible el perfeccionamiento del conocimiento existente y sobre todo, la creación de nuevos conocimientos.

Desde este punto de vista, la Psicología de la Educación Matemática, al centrar la atención en los procesos de construcción de los conocimientos matemáticos por parte del sujeto individual, cobra todo su sentido como parte íntimamente relacionada con el conocimiento matemático y con las determinaciones curriculares que conforman los procesos educativos.

Por otra parte, la Educación Matemática en su vertiente pedagógica presenta una estrecha dependencia de los factores anteriores, añadiendo otras consideraciones sociales, políticas, culturales y económicas, que vienen a mejorar y completar los diseños y desarrollos curriculares. No hay más que recordar, por ejemplo, que todos los elementos curriculares deben depender básicamente de consideraciones psicológicas acerca del individuo que se pretende educar y epistemológicas acerca de los conocimientos que van a constituir el contenido de dicha educación (Gimeno, J.; Pérez, A., 1983).

Por tanto, la Educación Matemática constituye un macromarco que abarca también la formación específica de profesores de matemáticas, tanto inicial como permanente, como parte de los fenómenos y actividades así como la propia Área de Conocimientos “Didáctica de la Matemática”. Como consecuencia, el interés, las tareas y las funciones del Área “Didáctica de la Matemática” se extienden también a la investigación y a la docencia en el campo de la formación específica de profesores así como a la indagación y reflexión sobre sí misma, sus tareas y funciones, al constituir también una parte del campo de la Educación Matemática.

FINES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Se trata de uno de los aspectos centrales de la Educación Matemática, estrechamente relacionado con la naturaleza del conocimiento matemático, con las necesidades socioculturales e individuales y con las características globales del proyecto sociocultural que ha de albergar la formación de las nuevas generaciones; en definitiva, se trata del conjunto de argumentos que justifican la enseñanza misma de las matemáticas y su situación, organización y tratamiento dentro del Sistema Educativo.

La Ley de Ordenación General del Sistema Educativo en España establece las siguientes finalidades educativas generales:

- *El pleno desarrollo de la personalidad del alumno;*
- *La formación en el respeto de los derechos y libertades fundamentales y en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad dentro de los principios democráticos de convivencia;*
- *La adquisición de hábitos intelectuales y técnicas de trabajo, así como de conocimientos científicos, técnicos, humanísticos, históricos y estéticos;*
- *La capacitación para el ejercicio de actividades profesionales;*
- *La formación en el respeto de la pluralidad lingüística y cultural de España;*
- *La preparación para participar activamente en la vida social y cultural;*
- *La formación para la paz, la cooperación y la solidaridad entre los pueblos.*

Las Matemáticas deben y pueden contribuir, junto a otras disciplinas, a la consecución de todas y cada una de las metas generales anteriores. La cuestión que nos proponemos debatir en este apartado se refiere a la determinación de las finalidades específicas de la Educación Matemática, no sólo para favorecer la consecución de las metas generales propuestas sino para determinar la importancia y el alcance de la formación matemática dentro de dicho panorama general.

El problema de la determinación de las finalidades o metas de la Educación Matemática, es una cuestión de especial relevancia para el diseño y el desarrollo de cualquier currículo de matemáticas. De las reflexiones incluidas en Rico, L. (1997) extraemos el resumen que comentamos a continuación y que completaremos posteriormente con nuestro punto de vista.

En los trabajos sobre el currículo de matemáticas, se han planteado numerosos interrogantes en torno a la finalidad de la Educación Matemática: ¿Para qué enseñar matemáticas?, ¿qué matemáticas enseñar en una sociedad tecnológica?, ¿cómo lograr un currículo flexible que atienda a las diversas necesidades de los escolares?, ¿cómo atender a la diversidad cultural?, etc (obra. citada, pág. 5). En estos y otros interrogantes queda patente la importancia del debate sobre los fines de la Educación Matemática para la determinación de los distintos elementos de un currículo de Matemáticas (n. del a.).

Sin embargo, se aprecian diferencias importantes entre los fines propuestos por diversos autores, lo que justifica el examen a fondo de las diversas respuestas a la que parece ser la cuestión central del debate: ¿Por qué se enseñan matemáticas?. Rico analiza en su trabajo una selección de documentos y autores que reflexionan sobre esta cuestión (págs. 6 y 7). Entre ellos cita las siguientes metas generales propuestas en el documento “Mathematics from 5 to 16” del Department of Education and Science Británico (1985) para la Educación Matemática en el periodo obligatorio:

- 1.- *Las matemáticas son un elemento esencial de comunicación*
- 2.- *Las matemáticas son una herramienta potente*
- 3.- *Hay que apreciar las relaciones internas dentro de las matemáticas*
- 4.- *Las matemáticas deben resultar una actividad fascinante*
- 5.- *Hay que fomentar la imaginación, iniciativa y flexibilidad de la mente*
- 6.- *Trabajar de modo sistemático*
- 7.- *Trabajar independientemente*
- 8.- *Trabajar cooperativamente*
- 9.- *Profundizar en el estudio de las matemáticas*
- 10.- *Conseguir la confianza del alumno en sus habilidades matemáticas*

Las opiniones de la comunidad matemática respecto a para qué se enseñan matemáticas en la escuela se reflejan en diferentes trabajos realizados por distintos grupos sobre cuáles deben ser las metas en la enseñanza de las matemáticas. Romberg (Op.cit.) y también Rico (1987), recopilan estos estudios de los cuales presentamos algunos:

Informe Cokcroft (1982):

Meta 1: Permitir que cada alumnos desarrolle, de acuerdo con sus propias aptitudes, las destrezas y los conocimientos matemáticos necesarios para su vida adulta, para el empleo y para continuar el estudio y la formación, siendo consciente al mismo tiempo de las dificultades que algunos alumnos experimentarán.

Meta 2: Proporcionar a cada alumno el tipo de matemáticas que pueda necesitar para el estudio de otras materias.

Meta 3: Ayudar a cada alumno a desarrollar en lo posible su apreciación y disfrute de las matemáticas por sí mismas y su comprensión del papel que éstas han desempeñado y seguirán desempeñando tanto en el desarrollo de la ciencia y la tecnología como de nuestra civilización.

Meta 4: Por encima de todo, hacer conscientes a todos los alumnos de que las matemáticas les proporciona un poderoso medio de comunicación.

N.C.T.M. (1989):

Meta 1: Aprender a valorar las matemáticas. Comprender su evolución y el papel que desempeñan en la sociedad y en las ciencias.

Meta 2. Adquirir confianza en la aptitud propia. Llegar a confiar en el pensamiento matemático propio y poseer la capacidad de dar sentido a situaciones y resolver problemas.

Meta 3. Adquirir la capacidad de resolver problemas matemáticos. Esto es esencial para llegar a ser un ciudadano productivo y exige experiencia para resolver diversos problemas generalizados y no rutinarios.

Meta 4. Aprender a comunicarse matemáticamente. Aprender los signos, los símbolos y los términos matemáticos.

Meta 5. Aprender a razonar matemáticamente. Realizar conjeturas, reunir pruebas y construir argumentos matemáticos.

Decreto de Educación Primaria de la Junta de Andalucía (1992):

"La finalidad que se le atribuye a la formación matemática es la de favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente, así como la facultad de usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral".

En la revisión realizada, encuentra que no todos los documentos hacen el mismo tipo de consideraciones y que existen notables diferencias entre ellos. Del mismo modo, el autor realiza una revisión de los debates y reuniones de expertos en los que se plantea el problema (págs. 7 y sigtes.). En particular se analiza el resumen y reflexiones de D'Ambrosio (1979) sobre el trabajo realizado en el ICME III y la reflexión de Romberg, T. (1991) sobre las funciones de la Educación Matemática. Este último considera dos tipos de justificaciones: funcionales y otras; las comentamos brevemente a continuación.

Las *justificaciones funcionales* se basan en la idea de que las matemáticas satisfacen una necesidad funcional de largo alcance, es decir, son necesarias para la formación de los sujetos en orden a cumplir diversas finalidades tanto individuales como sociales o científicas. Las cuestiones que surgen a partir del planteamiento anterior tienen que ver con las matemáticas que serán útiles en el futuro, con las que deben ser comunes a todos los individuos y las que deben corresponder a currículos diferenciados, o con las matemáticas que se debieran implantar en el contexto de los diversos planes de reforma educativa.

Las *justificaciones "no funcionales"* atienden, según Romberg, a razones que tienen que ver con la belleza de las matemáticas, con el desarrollo de capacidades, actitudes y destrezas de alto nivel, con la necesidad de formación de matemáticos profesionales o con la importancia de las matemáticas como parte de nuestra cultura.

Según Rico (pág. 10), Niss, en un trabajo más reciente y en la misma línea que Romberg, reconoce también dos tipos de argumentos en los estudios sobre fines de la Educación Matemática: argumentos utilitarios y argumentos de formación general. Entre los primeros se encuentran: la formación para desenvolverse en la vida y las necesidades tanto laborales como para el estudio de otras ciencias. Entre los segundos se pueden situar: el desarrollo de las capacidades formativas, de la personalidad y de las actitudes así como las que atienden al carácter estético y recreativo de las matemáticas.

De la revisión realizada, el autor constata que "no parece haber aún consenso en las respuestas que hay que dar a la pregunta: ¿Porqué enseñamos matemáticas?" (pág. 11). Por otra parte asegura que "no está clara la correspondencia entre los fundamentos contemplados y las implicaciones curriculares que se pretenden derivar de los mismos" (pág. 10), ya que se aprecian disparidades e incoherencias entre las finalidades pretendidas y la puesta en práctica del currículo de matemáticas; entre los fundamentos y las prácticas reales.

En el mismo documento, una vez concluida la revisión, Rico expone una elaboración teórica para organizar la variedad de dimensiones que caracterizan los fines de la Educación Matemática (obra citada, págs. 11 y sigtes.). Identifica cuatro categorías amplias de finalidades: culturales, sociales, formativas o educativas y políticas. Pasemos a exponer a continuación una síntesis de las consideraciones del autor en torno a las cuatro categorías mencionadas.

En cuanto a la cultura y los fines de la Educación Matemática, Rico considera que la enseñanza de las matemáticas forma parte del sistema educativo obligatorio, los cuales transmiten la herencia cultural básica de cada sociedad, por lo que las disciplinas no pueden ser ajenas o contrapuestas a los valores fundamentales de las culturas. En consecuencia considera que el conocimiento matemático no puede considerarse aislado del medio cultural. Las matemáticas contribuyen a ajustar la conducta humana a pautas de racionalidad y a desarrollar un pensamiento objetivo. "El carácter histórico y contingente del conocimiento matemático, su consideración como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales

ligadas a un contexto social e histórico concretos y no como productos intangibles o verdades imperecederas, reafirman esta dimensión cultural.

La dimensión social queda justificada, según el autor, en la idea de que el conocimiento matemático se conforma socialmente, es público y tiene lugar mediante relaciones de comunicación entre las personas. Su tratamiento en el ámbito educativo atiende, según algunos autores, a dos tipos de finalidades sociales: a) proporcionar al ciudadano común las herramientas matemáticas básicas para su desempeño social; b) proporcionar cualificación profesional adecuada para atender a las necesidades del mercado de trabajo y a los retos organizativos y de gestión que tiene planteados la sociedad actual. Según Rico (obra citada, pág. 14), son tres los ámbitos de reflexión o modos de considerar las matemáticas como herramienta intelectual determinada socialmente y que, por tanto, tienen que ver con la dimensión social de la Educación Matemática:

- la práctica profesional de los matemáticos y especialistas cualificados en matemáticas;
- los contextos matemáticos o “las necesidades matemáticas del mundo del trabajo” (Informe Cockcroft (1982));
- los hábitos y prácticas usuales en el empleo de las matemáticas, que abarca las necesidades básicas de cada ciudadano para desenvolverse en la sociedad (“necesidades matemáticas en la vida adulta” del Informe Cockcroft).

Por último, la dimensión formativa se justifica en base a la “satisfacción de las necesidades individuales y al desarrollo integral de los niños y jóvenes en edad escolar” (obra citada, pág. 15). Para ello, “las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales”; la educación matemática debe contemplar, por este motivo, además de la información y la instrucción en habilidades y técnicas, el desarrollo de capacidades, estructuras conceptuales y procedimientos y estrategias cognitivas, tanto particulares como generales, que conformen un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente. En este sentido, las matemáticas poseen unos valores formativos innegables, algunos de los cuales transcribimos a continuación:

- *La capacidad para desarrollar el pensamiento del alumno, que permiten determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica;*
- *La utilidad para promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza; las matemáticas han de promover el uso de esquemas, representaciones gráficas, y fomentar el diseño de formas artísticas y la apreciación y creación de belleza;*
- *La adecuación para lograr que cada alumno participe en la construcción de su conocimiento; las matemáticas escolares han de ser asequibles, no pueden constituir un factor de discriminación;*
- *La versatilidad para estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y para asumir la toma conjunta de decisiones;*
- *La potencialidad para desarrollar el trabajo científico y para la búsqueda, identificación y resolución de problemas;*
- *La riqueza de situaciones para movilizar este tipo de conocimientos, de manera que se estimule la gratificación por los esfuerzos intelectuales y la satisfacción con el trabajo bien hecho.*

La cuarta categoría, según Rico, es la que se refiere a la dimensión política: la difusión de los valores democráticos y de integración social así como la realización y el ejercicio de la crítica y el esfuerzo por la acción comunicativa. En particular, tiene especial relevancia en este punto el debate sobre las aplicaciones de las matemáticas consideradas como conocimiento tecnológico, las consecuencias éticas y sociales de las mismas y la formación necesaria para articular una crítica a cualquier aplicación tecnológica de las matemáticas que afecte a la sociedad y a la vida de las personas.

NUESTRA POSICIÓN

Estamos de acuerdo, en general, con lo que se ha expuesto en los párrafos anteriores. Sin embargo, queremos añadir los siguientes matices y reflexiones:

La Educación Matemática no puede vivir de espaldas a la realidad sociocultural, sencillamente porque tendría que vivir de espaldas a los alumnos, lo cual es un contrasentido desde todos los puntos de vista. Del mismo modo, la creación matemática no puede vivir de espaldas a la realidad sociocultural, sencillamente porque tendría que vivir de espaldas a los matemáticos que la hacen posible. Sin embargo, a veces ocurre que las realidades socioculturales de épocas y lugares diferentes, son muy parecidas, y sobre todo, las mentes de los matemáticos suelen ser muy parecidas.

Por otra parte, la utilidad individual de la matemática en la vida diaria es más indirecta que directa. ¿Quién ha tenido necesidad alguna vez de hacer una integral, hallar las raíces de un polinomio de 6º grado o calcular un límite?. ¡Ni siquiera para hacer la declaración de la renta!. No es esta, por tanto, una justificación sólida para su inclusión en el currículum. Sin embargo, ¿quién no necesita cada día: ordenar, estructurar, establecer prioridades, axiomatizar, algoritmizar acciones, decidir estrategias, estimar, razonar, codificar y decodificar mensajes, construir comportamientos complejos, manejar varias variables simultáneamente, utilizar esquemas topológicos, etc.?. Esto sí es útil, pero, ¿cómo se lo explicamos a los alumnos o a los padres?. Quizás no haya que explicárselo; simplemente que lo comprueben por ellos mismos. En consecuencia, creemos que se pueden establecer tres grandes finalidades para la Educación Matemática:

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe alcanzar, mediante la adquisición de unos instrumentos, unas técnicas y procedimientos, unas estrategias y un vocabulario específico, una formación cultural e intelectual que permita al individuo:

1.- **Adaptarse** al medio, organizarlo y potencialmente transformarlo, lo que implica un conocimiento profundo del mismo y el desarrollo de capacidades relacionadas con el análisis de la realidad, la construcción de modelos y la creación de alternativas que mejoren la situación individual así como de la sociedad y la vida en ella.

2.- Adquirir un buen nivel de **autonomía** intelectual, lo que se traduce en que el individuo sea capaz de analizar todas las posibilidades de una situación real o ficticia y, de entre ellas, elegir las mejores;

3.- Conocer la Matemática como parte de la **cultura** universal y desenvolverse en su mundo, lo que conlleva un gusto por el trabajo matemático y una profundización en los objetos y métodos propios, siendo consciente de su situación actual y de la evolución sufrida a través de la historia.

La enseñanza de las matemáticas debe contribuir, al igual que otras disciplinas, al fin 1, es un factor importante para alcanzar el fin 2 y es fundamental para alcanzar el fin 3.

EPISTEMOLOGÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

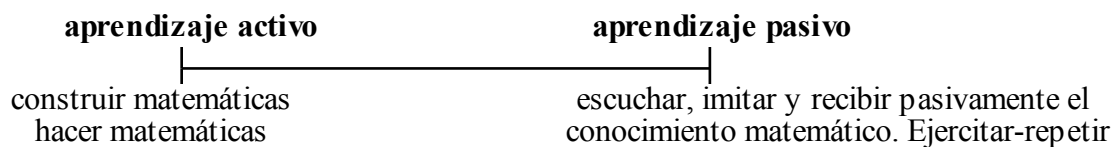
Las relaciones entre la Epistemología y la Educación Matemática son múltiples y muy intensas. Desde la naturaleza del conocimiento matemático bajo la óptica educativa, las implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje, hasta la fundamentación epistemológica de la investigación en Educación Matemática, pasando por la epistemología de la Psicología o de la Pedagogía, hay todo un arsenal de relaciones que constituyen fuentes de datos para los fenómenos educativos en matemáticas. Aquí, tan sólo trataremos algunas de dichas relaciones; las que nos parecen que pueden ser útiles para fundamentar el plan de formación que proponemos.

Algunas de las cuestiones que interesan desde el punto de vista más general son las siguientes:

Sobre el aprendizaje :	¿Que es aprender matemáticas?
	¿Qué es saber matemáticas?
	¿Cómo se aprenden?

Sobre la **enseñanza**:
 ¿Que es enseñar matemáticas?
 ¿Que matemáticas enseñar?
 ¿Cómo se enseñan?

Como ejemplo de las reflexiones en este terreno, baste con citar los aspectos generales del campo de reflexión en relación con la pregunta: ¿Que es aprender matemáticas?. Las respuestas se pueden situar en el continuo siguiente:



Asímismo, en relación con la pregunta: ¿Que es construir matemáticas?, se puede contestar desde distintas posiciones epistemológicas, como por ejemplo:

Formalismo: Construcción de los sistemas formales explícitos y consistentes. Construcción del producto final. Creación de fórmulas con mero valor sintáctico. No se consideran ni el proceso seguido ni el conocimiento implícito.

Intuicionismo: llegar al conocimiento matemático (puede ser el formal), paulatinamente a partir de las intuiciones inmediatas y autoevidentes. Crear matemáticas a partir de la intuición.

A pesar de que en algunas cuestiones intervienen nuevos elementos no considerados en la epistemología de la matemática (psicología, sociología, etc.), se puede comprobar que las respuestas hacen siempre referencia a consideraciones epistemológicas sobre el conocimiento matemático.

EPISTEMOLOGÍA Y ENSEÑANZA

El análisis epistemológico es un soporte necesario para la Educación Matemática

Los contenidos matemáticos en cualquier nivel educativo se pueden considerar bajo varias perspectivas que modifican sustancialmente las opciones didácticas a tomar, las actitudes y expectativas de los participantes, los métodos a emplear, los recursos a utilizar, los resultados, etc. (González y otros, 1990).

De entre los posibles enfoques que se pueden adoptar para un tópico matemático concreto (números reales, suma de fracciones, funciones lineales, sistemas de ecuaciones, etc.), citaremos y analizaremos a continuación, aquellos que parecen ser los más comunes en la práctica actual en el aula:

- a) Parte de un programa sin más que el alumno debe cubrir para continuar sus estudios.
- b) Una cuestión de cultura matemática.
- c) Un medio más para estimular y favorecer el desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades intelectuales.
- d) Herramientas matemáticas necesarias y útiles para otros contenidos matemáticos posteriores.
- e) Instrumentos útiles para otras Ciencias y para la vida.
- f) Objetos conceptuales a construir dentro del proceso natural de adquisición, construcción y descubrimiento de conocimientos.
- g) Medio de comunicación.

Y aquellos otros que incluirían varios de los puntos anteriores. Que duda cabe de que la posición usual es la de considerar simultáneamente varios de dichos enfoques, o bien alguno de ellos con carácter preponderante sobre los demás bajo la suposición de que éstos se siguen como consecuencia de aquél.

Veamos cuáles debieran ser, en general, los conocimientos y reflexiones previas sobre los contenidos de un tema para que su planificación y desarrollo didáctico sean coherentes con los enfoques adoptados.

Desde el punto de vista estricto de un contenido matemático concreto, podemos decir, que tener un conocimiento profundo y amplio a la vez del mismo, supone:

- 1) Dominar las construcciones matemáticas pertinentes, las estructuras y propiedades en juego, así como las herramientas matemáticas que se utilizan. Conocer asimismo, los contenidos matemáticos

relacionados con el tema y sus aplicaciones a otras ramas de la Matemática. Dominar, en definitiva, **el producto final del hacer matemático** en su consideración actual, tanto en su aspecto puntual y aislado como contextual y aplicativo.

2) Conocer **los hechos históricos relevantes** relacionados con el tema específico, dentro de un marco de referencias generales de la Historia de la Matemática; los marcos y periodos históricos en los que ocurrieron; los obstáculos que han impedido su comprensión y aceptación; las rupturas en las que tomaron parte, así como la situación actual a la luz de la matemática contemporáneas. Conocer en definitiva los avatares históricos del tema, así como de las cuestiones relacionadas con él, directa o indirectamente.

3) Conocer los estudios y reflexiones sobre la naturaleza y existencia de los objetos matemáticos en general y de los involucrados en el tema en particular, así como sobre los procesos y relaciones implicadas en la formación de los conceptos correspondientes, en su formalización y en su devenir histórico. En otras palabras, conocer **la epistemología del contenido concreto** como parte de la Epistemología de la Matemática, atendiendo a varios niveles de análisis (J. Piaget, 1979) :

- *nivel histórico-crítico* : en el que se trata de interpretar la historia y buscar en ella respuestas a las cuestiones anteriormente planteadas.

- *nivel psicogenético* : en el que se trata de buscar en el propio individuo el modo de formación y evolución de los conocimientos, las características de estos y los factores que dan lugar al paso de unas situaciones cognoscitivas a otras más evolucionadas.

- *nivel lógico-formal* : en el que se pretenden desmenuzar las relaciones lógicas existentes bajo la construcción formal.

Ni que decir tiene que la combinación adecuada de las reflexiones realizadas en los niveles anteriores, puede ser también una fuente importante de datos epistemológicos. Así, J. Piaget (1979) afirma : *"Sólo existe un medio para llegar a las raíces epistemológicas del conocimiento matemático: combinar el análisis lógico con el análisis genético, el análisis general de naturaleza lógica con el análisis elemental de naturaleza psicogenética"*.

4) Conocer **las aplicaciones y utilidades del tema** en cuestión en contextos no matemáticos tales como la vida diaria o la utilización en otras Ciencias, lejos de ser trivial, constituye un apartado importante a considerar en el proceso de enseñanza-aprendizaje correspondiente.

No cabe duda, de que disponer de la información a la que acabamos de referirnos en los apartados anteriores, es hoy día, por su extensión y profundidad así como por el estado actual de las investigaciones, privilegio de unos pocos. Sin embargo, hemos de insistir en el hecho objetivo de que mientras que el diseño curricular y su desarrollo en el aula no estén fundamentados en los conocimientos más elementales sobre estos cuatro apartados, difícilmente se conseguirá que los alumnos comprendan los conceptos matemáticos y sepan manejarlos en contextos diferentes.

Pasemos a analizar las opciones planteadas, en relación con los conocimientos posibles sobre los contenidos del tema.

En primer lugar, abordar un tópico matemático como parte de un programa sin más, sin otras perspectivas que la de cubrir una etapa del trabajo docente (**Opción a**), no es digna de consideración. Considerar el enfoque de un tema como una cuestión de cultura matemática (**Opción b**) conlleva, como toda formación cultural, un carácter global y contextual, lo que obliga en cierto modo a incluir elementos de los cuatro apartados anteriores. El producto matemático aislado, acabado, aunque importante, es una información puntual y descontextualizada. No existen referencias con las que situar de forma adecuada los conceptos y que permitan al mismo tiempo relacionarlos con otros conocimientos, hechos o situaciones, salvo, claro está, las referencias puramente matemáticas, que vendrían a engrosar la idea tan extendida de la matemática perfecta y acabada como un edificio construido al margen de la realidad. Por el contrario, para comprender los procesos y relaciones así como para construir ideas completas sobre la naturaleza de los conceptos implicados, el enfoque cultural necesita no sólo del producto aislado y de sus contextos matemáticos, sino también de las referencias tanto históricas y epistemológicas como de las relativas a las aplicaciones en contextos no matemáticos. Comprender y relacionar entre sí los hechos

históricos, así como conocer los significados e interpretaciones que el sujeto da a los conocimientos y la génesis de los mismos, supone un punto de partida fundamental para poder influir posteriormente en una correcta formación cultural.

El conocimiento matemático como medio para conseguir otros fines, bien para estimular y favorecer el desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades intelectuales (**Opción c**), bien para proporcionar instrumentos útiles en la vida o en el campo de la propia matemática (**Opciones e y d**), o que permitan la comunicación concisa y sin ambigüedades de conceptos y proposiciones (**Opción g**), no deja de ser un contenido, cuyo tratamiento dependerá en cada caso de los fines que se persigan. Así, si el profesor se propone desarrollar habilidades y capacidades intelectuales en sus alumnos, puede pensar que es posible hacerlo sin ninguna otra información que la que proporcionan la mayoría de los textos de matemáticas, en los que se desarrolla de forma aceptable el producto matemático así como sus consecuencias y aplicaciones también matemáticas. Basta para ello considerar el trabajo sobre el tema, como un juego intelectual basado en motivaciones extrínsecas por las que se aprende la teoría y/o se aplica prácticamente mediante la realización de todo tipo de ejercicios directamente relacionados con ella. Pero tal afirmación, sin ser totalmente falsa, ha de ser matizada para comprender que se trata de una verdad a medias.

Las cuestiones fundamentales que suscitan la duda surgen de un análisis de las habilidades y capacidades que supuestamente potenciarían tal enfoque de la enseñanza. Así, se puede pensar en estimular la memoria, aunque si ésta no es significativa pueden existir serias limitaciones. También se puede tratar de desarrollar la agilidad mental en lo que a estrategias de actuación y a la capacidad de análisis-síntesis se refiere, lo que requiere previamente que el alumno tenga una comprensión clara sobre los conceptos y procedimientos, sus aplicaciones y representaciones.

Del mismo modo, conseguir una mejora en la capacidad de razonamiento en situaciones problemáticas requiere de otros ingredientes, como son las capacidades de generalización y transferibilidad de conceptos y propiedades a otros contextos distintos de los ejercitados, codificar y decodificar mensajes, particularizar, elaborar hipótesis, conjeturar y demostrar, etc., lo que complica enormemente la afirmación tan simple expuesta en párrafos anteriores. Es decir, al analizar las características de las capacidades que se presume potenciar, nos encontramos con que el planteamiento es insuficiente para provocar un auténtico avance intelectual en el individuo. Por el contrario, Sastre, G. y Moreno, M. (1980), apuntan en el sentido de que ignorar estas cuestiones, puede conducir a:

- Desarrollar capacidades rígidamente ligadas a la asignatura de matemáticas y al contexto escolar, no integradas en el universo de posibilidades de actuación del individuo, y por tanto, no aplicables a situaciones distintas de las típicamente escolares o de aquellas que las originaron.

- Desarrollar desmesuradamente unas capacidades frente a otras, obligando al individuo a utilizar mecanismos tediosos o no deseados, ante la ausencia de instrumentos intelectuales apropiados para llegar a las respuestas correctas. (Ejemplo: memorización de tipos de problemas y de mecanismos de resolución correspondientes).

- Fomentar las consecuencias funestas del sentimiento de imposición de unos contenidos y unos ejercicios que pueden ser ingeniosos, pero cuyas conexiones con los mecanismos y experiencias anteriores quedan, si acaso, a cargo del propio alumno.

- Violentar el desarrollo natural y espontáneo de los conocimientos del alumno, aumentando aún más el desfase existente entre el nivel aparente y el nivel real de conocimientos; entre lo que aparentemente sabe y es capaz de reproducir, y lo que realmente utiliza y aplica al desenvolverse en su medio.

Si se desea evitar lo anterior, y se quiere potenciar el desarrollo de habilidades y destrezas intelectuales realmente construidas, generalizables e integradas en el repertorio de potencialidades mentales del individuo, es necesario hacer algo más que abordar el tema, sus aplicaciones y ejercicios desde el punto de vista puramente matemático como un producto acabado que hay que aprender y machacar en el sentido tradicionalmente educativo del término. Hay que conectar la tarea a realizar con los conocimientos y capacidades reales de los alumnos, con las ideas y significados previos y posiblemente rudimentarios y erróneos sobre los conceptos en juego y con los conocimientos y mecanismos reales que utilizan

cotidianamente.

Sin la valiosa información que proporciona el conocimiento del trasfondo histórico, psicogenético y lógico-formal del tema, es difícil aspirar a algo más de lo que realmente se consigue en la práctica actual en las aulas: que algunos alumnos (los comúnmente llamados inteligentes o dotados especialmente para las matemáticas, o los que se embarcan con constancia, pundonor y en ocasiones con clases particulares, a la ardua, solitaria y particular tarea de comprender lo que tienen que "aprender"), descubran, a veces por casualidad y por su cuenta, parte de esas conexiones, construyendo algún conocimiento significativo en el proceso de búsqueda de respuestas correctas y mecanismos fiables de reproducción, dentro de la dinámica de intercambios de actuaciones por calificaciones dentro del aula, y por consideración social fuera de ella.

Del mismo modo que los análisis epistemológicos se evidencian como aconsejables ante un enfoque como el tratado anteriormente, podemos decir que no lo son menos frente a la intención de dotar al alumno de herramientas o instrumentos útiles para distintos fines. Ya sea para un desenvolvimiento posterior en la Matemática (**Opción d**), en la vida o en otros contextos (**Opción e**), ya para poder comunicar (emitir y recibir) informaciones precisas (**Opción g**), parece evidente que los objetos y teorías matemáticas como instrumentos, deben ser conocidos en profundidad por el alumno, para que de su utilización se obtengan resultados óptimos. Y si ésto no es así, ¿cómo es posible obtener el máximo rendimiento de una herramienta, sin conocer bien su estructura y utilidad, y comprender su funcionamiento?.

Parece razonable pensar que con metas menos pretenciosas que las anteriores se pueden conseguir avances significativos en Educación Matemática. De hecho, toda nueva aportación, por pequeña que sea, ha de ser valorada como un paso importante en el proceso. No obstante, la pérdida de esas referencias ambiciosas es algo que no debe tener cabida en los contextos educativos, en los que cualquier dato, cualquier información adicional por simple que parezca, puede ser de inestimable ayuda.

Por último, la opción que pretende abordar la enseñanza pensando en los objetos matemáticos como objetos conceptuales a construir por el individuo (**Opción f**), conlleva ya en sí misma la justificación de los análisis epistemológicos, toda vez que resulta directamente de determinadas interpretaciones sobre la naturaleza y existencia del conocimiento matemático.

En consecuencia, al margen de toda cuestión teleológica coherente con los planteamientos teóricos modernamente aceptados en Educación Matemática, existe un hecho objetivo digno de toda consideración, cual es la insuficiencia del producto matemático acabado y la necesidad de los análisis epistemológicos en torno al mismo, atendiendo al propio individuo, sus conocimientos y capacidades, a la sociedad y a la cultura, a otras Ciencias, buscando en la Historia y desmenuzando por fin las definiciones y leyes formales que lo caracterizan, dotándolo de pleno significado y transformándolo en una información accesible, interpretable y completa, lo que no es poco para empezar a pensar en el tratamiento didáctico más adecuado, si no es que se deduce ya directamente de los mencionados análisis.

EPISTEMOLOGÍA, PSICOLOGÍA Y COGNICIÓN

La psicología permite un enfoque sobre la enseñanza y el aprendizaje centrado en el individuo que aprende y no en la estructura interna de las matemáticas, como ocurre con los enfoques tradicionales. La perspectiva psicológica trata de comprender qué hacen los alumnos cuando se enfrentan al hecho de aprender unos determinados contenidos matemáticos. Para ello, los instrumentos que se utilizan son las conocidas teorías del aprendizaje o hipótesis sobre el modo en que los sujetos actúan para construir su conocimiento (Rico, 1997).

Existen dos grandes corrientes teóricas que engloban diferentes teorías de aprendizaje: el conductismo y el cognitivismo, también conocido como "paradigma mediacional".

La **corriente conductista**, basada en la reacción del individuo ante un determinado estímulo, no considera los procesos de pensamiento o procesos "internos". Las teorías de aprendizaje de Gagné y Skinner tienen este fundamento entre sus planteamientos.

A estas teorías corresponden los modelos de enseñanza tradicionales, es decir, el modelo de objetivos, la Enseñanza Programada y la enseñanza asistida por ordenador.

A pesar de las críticas recibidas, no creemos que se deban desestimar totalmente los métodos conductistas en la enseñanza de la matemática, entre otros motivos, porque poseen aspectos que pueden ser útiles, como es el caso del aprendizaje de destrezas, rutinas, etc., en los que es necesario emplear también procedimientos no constructivos o no significativos. Además, pueden resultar de utilidad numerosos documentos curriculares que han desmenuzado hasta la saciedad los contenidos matemáticos escolares. Nos referimos a los catálogos, tablas, clasificaciones y taxonomías suficientemente conocidas en épocas pasadas.

La **corriente cognitivista**, basada en los procesos internos, acepta que sí es posible llegar a conocer el funcionamiento interno de la mente, para lo que ha construido numerosas teorías que revisamos sucintamente a continuación. Para esta corriente, las estructuras mentales se van haciendo cada vez más complejas en el intercambio constante entre el sujeto y el medio que le rodea, adquiriendo este significados cada vez más ricos y profundos.

En la aplicación de este paradigma al caso de las matemáticas, se destaca el aprendizaje de procesos sobre el de los contenidos, bien sea mediante la resolución de problemas, el aprendizaje autodirigido, etc. Los métodos son el descubrimiento y la investigación, que alientan la actividad y creatividad, la toma de decisiones y la discusión en grupo.

Los principales fundamentos del cognitvismo son:

- El “constructivismo psicológico”, por el que el aprendizaje es un proceso constructivo interno en el que el individuo participa de forma activa, lo que puede aprender depende de su nivel de desarrollo y maduración y se va incrementando según va asimilando nueva información.

- El “conflicto cognitivo” como promotor del desarrollo. Ante un problema nuevo, se producen contradicciones entre los conocimientos del sujeto y la realidad, lo que conduce a un cambio en los esquemas y, por tanto, a un aprendizaje.

- Los niveles de desarrollo o estadios, que varían ligeramente de una cultura a otra y de una persona a otra. En este sentido son suficientemente conocidos los estadios de Piaget.

Una aportación importante al cognitvismo es la de Jerome Bruner, cuyos planteamientos se basan en el “aprendizaje por descubrimiento”; según este autor, el sujeto aprende de forma inductiva si se le guía mediante sugerencias o preguntas orientadoras desde ejemplos concretos (problemas interesantes para el niño) propuestos por el profesor hasta llegar a generalizaciones que hay que procurar que sean descubiertas por él mismo.

Igualmente, David Ausubel, a diferencia de Bruner, establece su teoría de los tipos de aprendizaje (significativo, memorístico) cuya aplicación práctica conduce a recomendaciones basadas en la enseñanza deductiva. Una característica del “aprendizaje significativo” es su conexión necesaria con el conocimiento del sujeto disponible en cada momento.

Más próximo a la actividad matemática que los anteriores es Zoltan P. Dienes, que postula la existencia de seis etapas en el proceso de abstracción:

- 1) El niño se adapta y aprende del entorno mediante el “libre juego”, por lo que se hace conveniente inventar un entorno artificial que conduzca a la formación de conceptos. Para conceptos lógicos, por ejemplo, propone los Bloques Lógicos.

- 2) Descubrimiento de regularidades (reglas de juego).

- 3) Abstracción: descubrimiento de semejanzas entre juegos de diferentes apariencias pero igual estructura.

- 4) Proceso de representación, que permite exponer lo abstraído.

- 5) Descripción de las propiedades de lo representado, para lo que hace falta inventar un lenguaje.

- 6) Establecimiento del sistema formal mediante los axiomas y teoremas.

Por otra parte, sintetizando una fundamentación gestaltista con principios cognitivos, los esposos Van Hiele establecen unos niveles de pensamiento o de comprensión de naturaleza inductiva (las abstracciones de un nivel pasan a ser objetos explicitados en el nivel siguiente) (Lesh y Landau, 1983). Al mismo tiempo, se establecen las siguientes etapas de aprendizaje que permiten ir de un nivel al siguiente:

Etapa de “consulta”: conversación del profesor con los alumnos;

Etapa de “orientación directa”: orientación a los alumnos sobre actividades de exploración;

Etapa de “explicitación”: los alumnos construyen sus propias experiencias y expresan su opinión sobre la cuestión en estudio con intervención mínima del profesor;

Etapa de “orientación libre”: los alumnos encuentran o determinan tareas que son resueltas por ellos mismos. Los objetos en estudio llegarán a ser explicitados por los estudiantes.

Etapa de “integración”: los alumnos revisan el proceso, formándose una panorámica del estudio que se realiza. Los objetos pasan a constituirse en elementos del pensamiento. En esta última etapa es precisa la intervención del profesor como elemento globalizador.

En relación con los niveles de aprendizaje, Freudhental (1981) en su artículo "*Majors Problems of Mathematics Education*", plantea un problema realmente serio de la enseñanza de las matemáticas: teniendo en cuenta que los niños aprenden juntos, ¿cómo puede estructurarse el aprendizaje de las matemáticas de acuerdo con unos niveles y que esta estructuración resuelva el problema de las diferencias individuales en el aprendizaje?.

Otra tendencia, también desde el punto de vista cognitivo y en estrecha relación con las teorías de Bruner (visión heurística), es la que propugna centrar el trabajo en el aula en la resolución de problemas de matemáticas, a la que nos referimos en un anexo de este Proyecto.

Por último, queremos destacar la aportación que realiza Hiebert (1986) al considerar el conocimiento matemático organizado desde un punto de vista cognitivo en dos grandes campos: conceptual y procedimental. El conocimiento conceptual es como una red en la que las relaciones de conexión son tan importantes como las piezas de información. El conocimiento procedimental consiste en el conjunto de pasos necesarios y ordenados para la ejecución de una tarea. En el primer tipo se distinguen: los hechos, los conceptos y las estructuras conceptuales; en el segundo, las destrezas, los razonamientos y las estrategias.

La organización cognitiva de los contenidos matemáticos descrita en el párrafo anterior, junto a una tercera componente de carácter actitudinal, es la que se ha utilizado en los diseños curriculares oficiales de matemáticas actualmente vigentes. También utilizaremos esta clasificación en el plan de formación que proponemos, constituyendo, junto a lo que se conoce como organización disciplinar de los contenidos, dos de los organizadores curriculares que utilizamos de manera efectiva en el programa.

Constructivismo

Son muchas las relaciones que se pueden establecer entre la Epistemología y la Psicología y muchas las tendencias que se deducen de dicho análisis. Aquí, nos vamos a centrar en el constructivismo en su sentido más amplio, cuyas líneas generales extraemos de la exposición que hace Rico (1992).

En los documentos recientes elaborados por el Ministerio, relativos al Diseño Curricular para el Área de Matemáticas, encontramos las siguientes consideraciones:

“Desde la perspectiva de su elaboración y adquisición, las matemáticas son pues más constructivas que deductivas. Desligado de la actividad constructiva que está en su origen, el conocimiento matemático corre el peligro de caer en puro formalismo y de perder toda su potencialidad como instrumento de representación, explicación y predicción.

La naturaleza del conocimiento matemático, su carácter constructivo y su vinculación con la capacidad de abstraer relaciones a partir de la propia actividad y reflexionar sobre ellas obliga a tener especialmente en cuenta, en la planificación de la enseñanza y el aprendizaje, el nivel de competencia cognitiva de los alumnos. Existe un estrecho vínculo entre las relaciones que los niños pueden establecer en un momento determinado y su nivel de desarrollo intelectual”

Fischbein (1987) señala el Constructivismo como una línea de reflexión prioritaria, y hace las siguientes apreciaciones:

“Aprender matemáticas significa construir matemáticas. La actividad matemática es esencialmente un proceso constructivo. El estudiante no aprende matemáticas absorbiendo conceptos, definiciones, teoremas y demostraciones, sino construyéndolos mediante sus propios esfuerzos intelectuales. Pero los individuos no hacen todo esto respondiendo a sus propios problemas y movilizándolo sus propios significados intelectuales naturales. Nuestro comportamiento natural se adapta a la realidad concreta en la que vivimos y no a constructos formales gobernados por reglas y definiciones formales”.

El Constructivismo puede caracterizarse simultáneamente como una posición cognitiva y como una perspectiva metodológica; ambas tienen la misma raíz epistemológica.

- Como perspectiva metodológica, el constructivismo asume que los seres humanos son sujetos que conocen, que sus comportamientos responden a propósitos y que los organismos humanos tienen una capacidad altamente desarrollada para organizar conocimiento.

- Como posición cognitiva, el constructivismo asume que todo el conocimiento es construido y que los instrumentos de construcción incluyen las estructuras cognitivas que son, a su vez, innatas (Chomsky) o bien el resultado de una construcción evolutiva (Piaget).

La segunda interpretación es más característica del constructivismo como posición cognitiva y es la que sostienen la mayoría de los constructivistas en Educación Matemática.

Esta idea es la que sostiene Fischbein (op. cit.) cuando afirma: “el constructivismo es una teoría del conocimiento. Nuestras cogniciones no son duplicados de un mundo externo dado sino más bien construcciones cuyo propósito es el de garantizar los éxitos prácticos de nuestro comportamiento”.

Los orígenes del constructivismo actual se atribuyen, principalmente, al trabajo de Piaget. Noddings (1992) explica la aparición y desarrollo de las ideas constructivas a partir de Piaget en los siguientes términos: Al aceptar la distinción kantiana entre conocimiento empírico y lógico-matemático, Piaget aceptó la difícil tarea de explicar el desarrollo de las estructuras matemáticas cognitivas y lo hizo mediante el concepto de abstracción reflexiva. Esta se diferencia de la abstracción clásica en que no procede de la observación de acontecimientos sino que se realiza en un proceso de interiorización de acciones sobre objetos. Piaget se separó de Kant al describir las estructuras cognitivas como resultado del desarrollo, en vez de como estructuras innatas.

No podemos forzar determinados resultados en los objetos sobre los que operamos. Nuestras operaciones están constreñidas de algún modo. Hay algo inevitable en los resultados y características de las operaciones. Esto sucede debido a que las estructuras resultantes son lógico-matemáticas y sus actuaciones están marcadas por la necesidad, lo que plantea un reto a aquellos constructivistas que enfatizan la singularidad de las construcciones individuales. Las teorías de Piaget son, en el importante sentido que acabamos de describir, completamente constructivistas. No son únicamente procesos intelectuales constructivos sino que las propias estructuras cognitivas son, ellas mismas, productos de una construcción continua. Esta construcción activa implica a la vez una estructura básica desde la que comenzar la construcción (una estructura de asimilación) y un proceso de transformación o creación. Finalmente el constructivismo cognitivo de Piaget conduce, lógicamente, al constructivismo metodológico.

Por otra parte, el constructivismo en educación matemática sostiene que el constructivismo cognitivo implica el constructivismo pedagógico, es decir, la aceptación de premisas constructivas acerca del conocimiento y los sujetos que conocen implica un modo de enseñar que reconoce a los sujetos del aprendizaje como conocedores activos. Sin embargo, es cierto que se pueden aceptar los métodos pedagógicos sugeridos por el constructivismo sin aceptar las premisas constructivistas. También puede ocurrir que un constructivista filosóficamente convencido no necesite, lógicamente, emplear los llamados métodos constructivos.

Los constructivistas están, por lo general, de acuerdo en lo siguiente:

1. Todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a

través de un proceso de abstracción reflexiva.

2. Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción. Estas estructuras explican el resultado de la actividad cognitiva en el sentido genérico en el que un programa de ordenador cuenta para los resultados.

3. Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes y el entorno presiona al organismo para que se adapte.

4. El reconocimiento del constructivismo como una posición cognitiva conduce a la adopción del constructivismo metodológico.

Carpenter (1990) señala algunas de las ventajas obtenidas en investigación al emplear el constructivismo metodológico:

“Hay una gran variedad de resultados prometedores en áreas específicas de investigación, pero la contribución más significativa de esta investigación consiste en que la enseñanza y el aprendizaje se describen como procesos activos en los que los profesores y aprendices construyen su propio conocimiento. Esto implica que, incluso aunque podamos no tener un mapa específico de cómo se adquieren los conceptos y destrezas particulares, podemos planificar la instrucción teniendo en cuenta lo que los estudiantes ya conocen y cómo asignan significado a los nuevos conceptos y destrezas que han aprendido, y podemos tener en cuenta el pensamiento de los profesores y la toma de decisiones. Si aceptamos seriamente estos supuestos, tienen profundas implicaciones para el tipo de soluciones que buscamos para dirigir los problemas de la educación”.

Para los profesores, el constructivismo metodológico se convierte en constructivismo pedagógico. Para enseñar bien necesitamos conocer lo que nuestros estudiantes piensan, cómo producen la cadena de marcas que vemos en sus hojas de trabajo, y qué es lo que quieren o pueden hacer con el material que les presentamos. Pero las premisas cognitivas del constructivismo pueden dictar solamente guías para una buena enseñanza. No podemos obtener de ellas, como tampoco lo podemos hacer de ninguna otra posición cognitiva, métodos específicos de enseñanza.

El constructivismo pedagógico sugiere instrumentos de diagnóstico más sofisticados, herramientas que pondrán al descubierto patrones de pensamiento, errores sistemáticos y concepciones erróneas persistentes.

El método de hacer explícito el pensamiento es, o puede ser, un método potente de enseñanza tanto como una herramienta de diagnóstico, pero los profesores no deben limitarse sólo a ella debido a su carácter constructivo. Las premisas constructivas implican que puede haber muchas vías para llegar a muchas soluciones o terminales de instrucción.

Muchos educadores matemáticos reconocen el poder de los métodos constructivos en situaciones individualizadas, pero también aprecian que los escolares no pueden trabajar continuamente en tales situaciones. Las condiciones del aula nos fuerzan a pensar acerca de cierta economía en la instrucción. Los profesores constructivistas necesitan tener sus premisas básicas en la mente, pero debieran tener libertad para adaptar una amplia variedad de métodos a sus propios propósitos.

Por ejemplo, consideremos la recomendación constructiva general de que los profesores deben procurar un empleo considerable de material manipulativo. Esta recomendación fue un primer y plausible intento para aplicar la teoría de Piaget directamente a la enseñanza. Si la abstracción reflexiva proviene de las operaciones que realizamos sobre los objetos, entonces tiene sentido poner a los estudiantes a trabajar con objetos. La dificultad, por supuesto, está en que los estudiantes deben tener un propósito para implicarse en la manipulación de objetos, lo que probablemente necesita de alguna orientación e instrucción directa sobre el uso de los materiales antes de ponerlos a disposición de los alumnos. Asimismo, en las situaciones de resolución de problemas no debiéramos guiar a los estudiantes más de lo necesario, puesto que es posible que los apartemos de sus propósitos y los pongamos a trabajar en los

nuestros.

La valoración del constructivismo es, por lo general, positiva y su influencia sobre la Educación Matemática es considerable, aún cuando se siguen planteando hoy día cuestiones importantes como la siguiente: debido a que los profesores tienen que trabajar con muchos niños, debemos preguntarnos si hay algún modo de trabajar en situaciones uno a uno con un grupo completo. ¿Se puede lograr un pensamiento genuino de cada alumno en situaciones en las que interviene todo el grupo?.

Se han producido varios modelos que son altamente interactivos. Los profesores, simultáneamente, aplican el modelo y dirigen los logros, pero la aplicación del modelo se debe realizar planteando cuestiones, siguiendo los ejemplos y conjeturando, más que presentando productos incompletos. Enseñar por esta vía requiere un conocimiento matemático considerable así como destrezas pedagógicas. ¿Cómo pueden los profesores seguir las sugerencias de los alumnos si no saben las suficientes matemáticas como para percibir hacia dónde deben conducir las sugerencias?; ¿Cómo puede lograrse la implicación personal, que es esencial para realizar construcciones potentes?. Una posibilidad está en incrementar la cantidad de tiempo que los alumnos emplean trabajando juntos.

La gran fuerza del constructivismo está en que conduce a pensar crítica e imaginativamente acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La creencia en las premisas del constructivismo lleva a no confiar en soluciones simples y a disponer de un potente conjunto de criterios para el trabajo. Así lo indica Kilpatrick (1991) en su análisis sobre el constructivismo, que aunque centrado en su fundamentación epistemológica deja entrever implicaciones importantes para el aprendizaje de las matemáticas. Resumimos a continuación algunos de dichos argumentos.

Lo que es y no es el constructivismo

Un problema epistemológico antiguo, no resuelto por la filosofía occidental, se refiere a cómo una realidad objetiva independiente puede llegar a ser conocida por el sujeto cognoscente, quien no tiene posibilidad de controlar si su conocimiento es o no conocimiento de algo. Cualquier intento para probar la veracidad de lo que es conocido debe ser, en sí mismo, un acto de conocimiento y por tanto, subjetivo. Cualquier conocimiento de una “verdad objetiva” resulta imposible. El constructivismo corta el nudo gordiano separando la epistemología de la ontología y argumentando que una teoría del conocimiento debiera ocuparse de la adaptación del conocimiento a la experiencia y no del emparejamiento entre conocimiento y realidad. La única realidad que podemos conocer es la realidad de nuestra experiencia.

El punto de vista constructivista implica dos principios:

1. El conocimiento es construido activamente por el sujeto que conoce, y no recibido pasivamente desde el entorno.
2. Llegar a conocer es un proceso adaptativo que organiza el mundo de experiencias de cada sujeto; no se descubre un mundo independiente y preexistente fuera de la mente del que conoce.

El primero de estos principios es más ampliamente aceptado que el segundo entre los que se consideran a sí mismos como constructivistas; el segundo principio resulta chocante para muchas personas. Este separa lo que se denomina constructivismo simple del constructivismo radical, que está basado en la aceptación de ambos principios.

El constructivismo radical se denomina así porque rechaza el realismo metafísico en el que aún permanecen muchos empiristas. Requiere de los que lo aceptan olvidar todos los esfuerzos por conocer el mundo tal y como es. Nunca llegaremos a conocer una realidad exterior a nosotros. En vez de eso, todo lo que podemos aprender son las limitaciones del mundo sobre nosotros, las cosas no permitidas a través de nuestra experiencia con la realidad, lo que no funciona.

El constructivismo radical parece ser una epistemología que convierte todo el conocer en activo y todo el conocimiento en subjetivo. Siguiendo a las ciencias físicas en su rechazo de la posibilidad de llegar a conocer las realidades últimas, trata al sujeto cognoscente como organizador de su propia experiencia y constructor de su propia realidad. Considera el llegar a conocer como un proceso en el que, más que obtener información, el sujeto que conoce construye un modelo viable del mundo mediante ensayo y error.

En contraposición, al ser una teoría de la adquisición del conocimiento, el constructivismo no es una teoría de la enseñanza o instrucción. No hay una conexión necesaria entre cómo se considera la adquisición del conocimiento y qué procedimientos de instrucción parecen óptimos para lograr que esa adquisición suceda. La epistemología es descriptiva, mientras que las teorías de la enseñanza y la instrucción deben ser, necesariamente, prescriptivas. Sin embargo, los constructivistas han tratado de obtener implicaciones para la práctica de su teoría; en algunos casos las implicaciones parecen indicar que algunas prácticas de enseñanza y consideraciones sobre la instrucción presuponen una visión constructivista del conocimiento. Sin embargo, Kilpatrick es rotundo con relación a esa pretensión y niega que las consecuencias que los constructivistas derivan del constructivismo radical para la práctica educativa puedan explicarse únicamente en términos de los supuestos del constructivismo. Por el contrario, argumenta que las consecuencias más importantes pueden entenderse en términos de otras hipótesis alternativas, es decir:

- a) la enseñanza (usar procedimientos que pretenden y generan comprensión) puede distinguirse con precisión de la instrucción (usar procedimientos que pretenden un comportamiento repetido);
- b) los procesos que se supone ocurren en el interior de la cabeza de los estudiantes son más interesantes que el comportamiento explícito;
- c) la comunicación lingüística resulta un proceso para guiar el aprendizaje de los estudiantes, no un proceso para transferir conocimiento.
- d) las desviaciones de los estudiantes de las expectativas del profesor resultan medios para entender sus esfuerzos por comprender;
- e) la enseñanza por entrevista se propone como un intento no sólo de inferir las estructuras cognitivas sino también de modificarlas.

El resto del trabajo lo dedica a señalar conceptos y relaciones que los constructivistas deben clarificar para lograr mayor credibilidad y coherencia y, también, contribuir a una explicación científica de los fenómenos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. En particular, señala líneas de reflexión en la conexión con las Matemáticas indicando la necesidad de profundizar y expresarse con más claridad sobre las relaciones entre el constructivismo, las matemáticas como disciplina y las matemáticas como materia escolar. Más aún, el constructivismo necesita orientar las demandas de una nueva aproximación a la filosofía de las matemáticas, el cuasi-empirismo, que estudia la práctica de las matemáticas en un contexto socio-histórico y que parece ser compatible tanto con la matemática realista como con la constructivista.

Igualmente realiza una crítica de la fundamentación constructivista del currículo en los siguientes términos:

“Algunos constructivistas han tratado de basar el currículo sobre una fundamentación constructivista. Se ha argumentado que necesitamos en primer lugar determinar el orden moral, político o social que creemos necesario, luego expresar nuestros propósitos educativos y, a la vista de estos propósitos, escoger el contenido y los objetivos del currículo. La epistemología puede resultar útil en este momento para determinar los objetivos cognitivos, pero serán necesarias otras ayudas para los objetivos no cognitivos.”

Con todo, no cabe duda que la contribución actual del Constructivismo a la Educación Matemática es, hoy día, importante y merecedora de consideración en aquéllos aspectos que nos interesan y que se centran en cómo lograr que los alumnos comprendan las matemáticas y sean capaces de continuar el aprendizaje de forma más autónoma.

De entre las diversas tendencias existentes citamos tan sólo las dos más conocidas en Europa. Las demás no son tendencias tan ligadas a la Didáctica de la Matemática como las que vamos a revisar sucintamente a continuación.

I).- En primer lugar, la conocida como “**posición alemana**” representada por el grupo de Steiner y dentro de las tendencias conocidas como PME y TME. Steiner (1987) en su obra “Aspectos filosóficos y epistemológicos de las Matemáticas y su interacción con la teoría y la práctica en Educación Matemática” (Traducido por Salvador Guerrero)), plantea las siguientes tesis sobre la fundamentación de la Educación Matemática:

Tesis 1.- Hablando en términos generales, todas las concepciones, epistemologías, metodologías, filosofías de la matemática, contienen - a menudo implícitamente - ideas, orientaciones o gérmenes de teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Tesis 2.- Conceptos utilizados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, . . . llevan consigo o se basan (a menudo de modo implícito) en particulares ideas filosóficas y epistemológicas de las matemáticas.

Tesis 3.- No hay una filosofía de las matemáticas destacada, constante, distinguida y universal. Se pueden evaluar las filosofías de las matemáticas de acuerdo a su utilidad para objetivos particulares, propósitos y criterios desarrollados para la evaluación.

Tesis 4.- Para la educación matemática, se debería preferir elaborar filosofías de las matemáticas que especialmente se refieran a los aspectos siguientes:

- diferentes formas y condicionamientos del conocimiento matemático, significados y modos de representación y actividades.

- relaciones entre desarrollo del conocimiento objetivo y subjetivo (complementariedad, obstáculos, dinámica).

- relaciones del conocimiento matemático con otros conocimientos, campos especiales y aplicaciones.

- la dimensión personal, social y política de las matemáticas.

Tesis 5.- Tales filosofías de las matemáticas, deben llegar a ser un ingrediente de una forma de enseñanza y aprendizaje reflexivo de las matemáticas y contribuir al desarrollo de un adecuado metaconocimiento no sólo para los profesores, sino también para los alumnos.

Tesis 6.- La educación matemática necesita un enfoque comprensivo y metateorías que abarquen una adecuada filosofía de las matemáticas. Para una metateoría que se construya sobre un enfoque sistémico basado en la actividad humana y en la interacción social, una adecuada filosofía de las matemáticas debe considerar la propia matemática como un sistema desde un punto de vista del objeto humano relacionado con actividades cooperativas.

II).- La “**posición francesa**” en Didáctica de la Matemática se diferencia de otras tendencias actuales en lo que respecta a la autonomía del área de conocimiento y a sus relaciones con otras ciencias. A diferencia de otros enfoques, que reconocen explícitamente las aportaciones de otros campos científicos tales como: la Psicología, la Pedagogía, etc., la teoría de situaciones didácticas y en general, las investigaciones en Educación Matemática desde este punto de vista, consideran que:

- a) La Didáctica de la Matemática es un campo científico autónomo

- b) La Educación Matemática es un fenómeno sistémico que debe ser estudiado en su conjunto y no en partes separadas (aprendizaje, recursos, profesor, etc.).

- c) Los fundamentos de la Didáctica de la Matemática, se encuentran en la propia Matemática, en su Epistemología y en su Historia.

Artigue, M. (1989), expone las líneas generales de esta fundamentación que pasamos a resumir a continuación.

- El centro de interés de la Didáctica de la Matemática está en el conocimiento de los procesos por los que se forman y desarrollan los conocimientos matemáticos, así como en el conocimiento de las

características de la actividad matemática.

- El análisis epistemológico es necesario para tomar una cierta “distancia” o perspectiva que permita controlar las “representaciones epistemológicas” (concepciones que se forja un individuo a través de su propia experiencia matemática) de las matemáticas inducidas por la enseñanza (vigilancia epistemológica). De esta forma:

- 1).- Se elimina la ilusión de transparencia de los objetos de la enseñanza.
- 2).- Se dota de una historicidad a los conceptos matemáticos que la enseñanza usual tiende a representar como objetos universales en el tiempo y en el espacio.
- 3).- Se dota de una historicidad a las nociones metamatemáticas, como la de rigor, que la enseñanza usual se empeña en cultivar como eterno y perfecto.
- 4).- Se contribuye a eliminar las representaciones epistemológicas erróneas que la práctica docente tiende a conformar.

- El análisis epistemológico, permite igualmente conocer la medida de la disparidad existente entre el “saber sabio” y el “saber enseñado” (Chevallard, I.), es decir, permite conocer, en buena medida, el mecanismo y el resultado de la “transposición didáctica”. Los dos sistemas se encuentran relacionados pero poseen distinto funcionamiento. El análisis epistemológico permite tomar conciencia de las diferencias entre ambos sistemas y evitar la ficción usual de que los objetos de enseñanza, son *copias simplificadas y fieles* de los objetos de la ciencia.

- La teoría de las situaciones didácticas de Brousseau distingue la génesis histórica del conocimiento matemático y la génesis de dicho conocimiento en un individuo o una clase. Ambas génesis no son idénticas, pero existen algunas semejanzas que pueden ayudar a la planificación educativa. Normalmente, los problemas que motivaron la introducción de un concepto son constitutivos de la significación de ese concepto; el didácta debe enfrentarse a dicho problema en su trabajo.

- El análisis epistemológico aparece explícitamente ligado a la noción de “obstáculo”, elemento fundamental en el enfoque que estamos analizando.

Para Brousseau (1976), un obstáculo es un conocimiento que es válido en un determinado contexto y que puede permanecer como tal durante mucho tiempo, mientras que no aparezca un conflicto. Este, llega ante una situación que parece semejante a aquéllas en las que funcionaba el conocimiento, pero que aplicándolo a ellas conduce al error.

El concepto de obstáculo no puede confundirse con el de dificultad, puesto que para que podamos hablar de obstáculo en el sentido dado por Brousseau, deben darse las cuatro condiciones siguientes:

- 1).- Debe ser un conocimiento, bien falso o incompleto. Ello permite reformular la dificultad de que se trate en términos de conocimiento y no de ausencia de conocimiento.
- 2).- El conocimiento-obstáculo tiene su dominio de validez y de eficacia; en unas situaciones resulta pertinente y adaptado, pero en otras resulta falso y conduce al error.
- 3).- Es resistente al establecimiento de un nuevo concepto o al cambio de la condición del concepto antiguo en uno nuevo.
- 4).- No es fruto de un error pasajero, que bastaría corregir, o de una ignorancia, que se podría colmar, ni tampoco es una falta de aptitud. Puede resultar de circunstancias culturales, sociales o económicas; pero estas causas se actualizan en ideas que duran una vez que las causas desaparecen. Son estos los obstáculos que interesan, en cuanto que el conocimiento-obstáculo forma parte del saber, está presente en los modelos implícitos de los alumnos y debe recibir un tratamiento adecuado que pasa por el reconocerlos para poder rechazarlos (Brousseau, 1983).

Además de los *obstáculos de origen epistemológico*, Brousseau ha estudiado otros:

Obstáculos de origen ontogenético : los que provienen de limitaciones (neurofisiológicas entre otras) del sujeto en un momento dado de su desarrollo mental.

Obstáculos de origen didáctico : los que dependen de la elección de un proyecto de sistema educativo.

Desde esta perspectiva, el trabajo en Didáctica de la Matemática se resume para Brousseau en los siguientes pasos:

- a) Detectar los errores recurrentes y comprobar que se agrupan en torno a determinadas concepciones;
- b) Encontrar los obstáculos en la Historia de la Matemática;
- c) Confrontar los obstáculos históricos y los obstáculos de aprendizaje y establecer su carácter epistemológico.

Alain Duroux (1982) define un obstáculo por cuatro características:

- Es un conocimiento que funciona en un dominio de validez suficientemente grande.
- Este conocimiento, cuando se intenta adaptar o aplicar a otras situaciones, provoca errores persistentes, localizables y analizables en relación al obstáculo.
- El obstáculo resiste las tentativas de adaptación local.
- El rechazo de este conocimiento será un conocimiento nuevo.

Aunque no podemos incluirlo dentro de esta tendencia, puesto que trabaja también con otros planteamientos, Vergnaud (1989) sugiere distinguir entre dificultades conceptuales, errores didácticos y obstáculos epistemológicos genuinos. En Bednarz, N. & Garnier, C. (edit.), 1989, desarrolla un capítulo acerca de los obstáculos en el caso particular de los números enteros.

Otras aportaciones dentro de esta tendencia son: Bouvier (1986); Bednarz y Garnier (1989); Coquin-Viennot (1985); Sierpiska (1985); Glaeser (1984, 1986); etc.

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Fundamentalmente, la Didáctica de la Matemática tiene como objeto de estudio la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, pero, independientemente de esto, hay concepciones que asignan a la Didáctica de la Matemática el carácter de ciencia y otras que, por el contrario, niegan la posibilidad de una fundamentación científica, considerandola como un arte; hay concepciones que le asignan un carácter multidisciplinar y otras que la consideran como una disciplina autónoma. Armendáriz, Azcárate y Deaulofeu (1993) realizan la siguiente reflexión:

“La Didáctica de las Matemáticas se ocupa de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y es el didacta el que se ocupa de modelar el currículo transformando el conocimiento matemático en un conocimiento para ser enseñando. En este proceso están implicadas la propia Matemática, la Psicología, la Epistemología, la Sociología, la Pedagogía, la Lingüística, la Comunicación y la Tecnología. Esto no significa que la Formación de Profesores en Didáctica de la Matemática consista en el aprendizaje de cada una de estas disciplinas. La Didáctica de la Matemática "es una disciplina autónoma, interdisciplinar, con un campo teórico y práctico propio, en fase de desarrollo pero cada vez más definido y que, por tanto, no se puede considerar como una simple suma de partes como son las áreas del saber que constituyen sus fuentes y con las que necesariamente se relaciona". (p.79).

El carácter profesional de la Didáctica de la Matemática que le liga a la práctica docente y los problemas implicados en esta práctica requieren de una amplia gama de campos de investigación: pensamiento del profesor, qué matemáticas enseñar, cómo aprenden los alumnos, dificultades de aprendizaje, estrategias de enseñanza, etc. Según Segovia (op. cit.), Gómez (1991) se pregunta *¿Quién puede decir cómo deberían enseñarse las Matemáticas?*. La respuesta a dicha pregunta podría partir de las disciplinas implicadas en la Didáctica de la Matemática, pero son los tres campos siguientes los que poseen los elementos básicos suficientes para dar una respuesta fundamentada: la epistemología (qué clase de matemáticas queremos que se aprendan), la enseñanza y el currículo (cómo se deben enseñar) y la psicología (cómo se produce el aprendizaje). Dichos elementos básicos sólo reaccionan cuando se ponen en contacto y se descubren sus múltiples relaciones. A continuación, matizaremos las consideraciones anteriores añadiendo nuevos ingredientes.

NUESTRA POSICIÓN

Como disciplina, la Didáctica de la Matemática tiene su campo de estudio en el conglomerado que hemos denominado Educación Matemática. Destacamos las consideraciones que hace Rico (1995) al respecto:

“La Didáctica de la Matemática es, en primer término, un campo de problemas. Pero no es una amalgama confusa de problemas, sino un campo disciplinar organizado, que trata de conjuntar herramientas de muy diversas procedencias para atender a una tarea social relevante y abordar el núcleo de su competencia: la transmisión, comunicación y construcción de conocimientos matemáticos o, más comúnmente, los problemas derivados de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.”

Asimismo, compartimos las consideraciones de Rico sobre la diversidad de acciones, personas e instituciones que intervienen así como sobre las principales competencias del hacer propio de la Didáctica de la Matemática, que, según el autor, son las siguientes:

- **Planificación y desarrollo del currículo de matemáticas;** es la actividad curricular la que da sentido (y cuerpo, en el sentido de materializar (n. del a.)) a la evaluación, a la formación del profesorado, a la difusión de la cultura matemática, etc. Según Rico, son tres las instituciones con competencia reconocida sobre el currículo de matemáticas: La Administración Educativa, los grupos de expertos y las empresas comerciales. Dentro de este ámbito se pueden distinguir a su vez:

- Documentos curriculares;

- Libros de texto; en nuestra opinión, un elemento descuidado y fundamental en la dinámica escolar actual;

- Unidades didácticas y trabajo en el aula;

- Otros ámbitos de actuación curricular (sociedades, grupos y otras instituciones).

- **Evaluación en matemáticas;** la evaluación, entendida desde una perspectiva amplia (Giménez, 1997), constituye un campo peculiar y diferenciado en Didáctica de la Matemática. Rico distingue dos tipos de evaluación: en el aula de matemáticas y evaluaciones externas.

- **Formación del Profesorado;** intervienen varias instituciones: Administración Educativa, Centros de Profesores, Departamentos y Centros de formación universitarios y Sociedades de Profesores. En la diversificación de la formación en función de los niveles educativos, es de destacar aquí la formación inicial de los maestros de Educación Primaria, una formación mejorable en numerosos aspectos y que despierta en la actualidad un gran interés, como lo demuestran los simposios celebrados en los últimos años en España (Abraira y otros, 1998).

- **Difusión de la Cultura Matemática;** concursos, olimpiadas matemáticas, exposiciones, etc. constituyen también ámbitos de actuación en el campo de la Didáctica de la Matemática.

- **Investigación;** además de las actuaciones anteriores, la investigación o indagación sistemática con fines epistémicos constituye una de las principales tareas de la disciplina. Dentro de este campo de actuaciones, se pueden distinguir los estudios teóricos o la teorización y los estudios empíricos.

- La teorización es una de las actividades y preocupaciones más importantes hoy día entre los investigadores en Educación Matemática. La tarea de buscar y construir un marco teórico que explique satisfactoriamente los resultados que se van obteniendo es compleja y requiere de la integración de los diferentes factores y de estudios en profundidad sobre sus relaciones. En la actualidad se trabaja intensamente por alcanzar un marco teórico unificado, del que ya se conocen algunos elementos, tales como los dominios que sostienen las cuestiones que surgen en la Educación Matemática y a los que hemos hecho referencia en apartados anteriores: las Matemáticas, la Epistemología, la Pedagogía, la Psicología y la Sociología de la Educación. Se distinguen claramente los problemas propios de la investigación en Educación Matemática de los de las disciplinas indicadas en que intervienen procesos de comunicación, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La consideración conjunta de todos los factores así como de sus relaciones, como expondremos con detalle más adelante, trasciende por su especificidad las aportaciones concretas de cada una de dichas parcelas.

- La experimentación en Didáctica de la Matemática se ha caracterizado por la indagación desde alguna de las disciplinas mencionadas y mediante los métodos propios de las mismas. En nuestra opinión, se ha dedicado demasiado esfuerzo a obtener resultados empíricos que, sin negar el valor que tienen desde enfoques puntuales, resulta difícil integrar, relacionar, explicar y justificar ante la inexistencia en muchos casos de un marco adecuado. Además, muchas de dichas investigaciones deberán ser analizadas más detenidamente en el futuro desde un punto de vista teórico que trate de integrar la amalgama de enfoques, resultados, paradigmas y desacuerdos que existen hoy día en el campo de la investigación en Educación Matemática.

Terminamos esta breve revisión con lo que nos parece que es una puerta a la esperanza y que se fundamenta en la existencia de **regularidades comunes** a muchos trabajos. Esto es lo que mantiene, en mi opinión, el interés por la investigación en Educación Matemática: desvelar la problemática objetiva común que subyace en los fenómenos educativos, por encima de tendencias, opiniones o modas, y contribuir con ello a la mejora de los resultados y de la vida de las nuevas generaciones.

MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA VS. DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

En nuestro caso, la materia troncal fundamental de la especialidad de Primaria se denomina “Matemáticas y su Didáctica”, mientras que en otras especialidades así como en su concreción como asignatura en el plan de estudios de la UMA o en el Proyecto que presentamos se utiliza la denominación “Didáctica de la Matemática” para hacer alusión a la misma materia. Por este motivo y por el convencimiento de que es necesario explicitar los planteamientos personales a lo largo del trabajo, nos sentimos obligados a explicar, aunque sea brevemente, los argumentos por los que consideramos que la segunda acepción, que es la que vamos a utilizar, es la más adecuada.

El tema se incardina en una pequeña polémica cuyos orígenes se remontan al período anterior a la creación del Área de Conocimientos de Didáctica de la Matemática (Blanco, 1998, pág.84), aunque, como podemos observar, su reflejo aún perdura en algunos Centros y aulas y se mantiene incluso en las orientaciones oficiales. Nuestra posición en este tema es clara, asumiendo sin reservas, como la más idónea, la denominación incluida en el perfil de la plaza (Didáctica de la Matemática) y aplaudiendo el cambio de denominación que, a propuesta del Departamento, se ha incluido en el plan de estudios de la especialidad de Primaria para la materia troncal “Matemáticas y su Didáctica”.

Aunque a algunos les pudiera parecer un asunto de menor interés y se pudiera pensar que la opinión manifestada es fruto de la situación en que nos encontramos en la UMA, de separación y cierta pugna profesional entre los “matemáticos científicos” con competencias en la formación de Maestros y los “didactas de la Matemática”, lo cierto es que nos parece que es un tema importante para el Área de Conocimientos y que son motivos de índole más profunda los que nos llevan a adoptar esta posición. Veamos a continuación una muestra de las ideas en que nos apoyamos, las cuales serán completadas en los sucesivos capítulos del Proyecto.

En primer lugar, creemos que la denominación “Matemáticas y su Didáctica” es **desafortunada y redundante**; parece que es necesario resaltar que la asignatura trata sobre Matemáticas o contenidos matemáticos además de los contenidos didácticos, como si se tratara de dos aspectos diferentes que deben ser marcados para que no haya confusión. Si esto se acepta así, hay que aceptar también que una cosa son las Matemáticas y otra diferente la Didáctica de la Matemática, lo cual es cierto. Pero dicha distinción no implica simetría ni reversibilidad en el razonamiento. Veamos porqué:

- comparación directa: la Matemática es diferente y en gran medida independiente de la Didáctica de la Matemática (se puede hacer y se hacen matemáticas sin necesidad de conocimientos didácticos; los matemáticos profesionales suelen trabajar al margen de la Didáctica de la Matemática);

- comparación inversa: la Didáctica de la matemática es diferente de la Matemática, aunque no en el mismo sentido que el que se da en la comparación directa, es decir, no es diferente porque no tenga nada o muy poco que ver con ella, tal y como ocurría en el caso contrario, sino, lo que es muy distinto, porque atiende a muchos otros factores que no forman parte del ámbito de interés de la Matemática además de

incluir el conocimiento matemático, “desmenuzado” y preparado para la reflexión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje relacionado con él, como un factor fundamental. Es en este sentido en el que aludíamos al comienzo del párrafo a la redundancia de la denominación compuesta, máxime si tenemos en cuenta que estamos hablando de una materia específica para la formación de profesores.

Así, desde el seno de la Didáctica de la Matemática, concebida como una superespecialización de las Matemáticas (conocer las matemáticas es condición necesaria pero no suficiente para trabajar en Didáctica), no tiene sentido la diferenciación que estamos tratando ni se puede aceptar la conclusión lógica, implícitamente incluida en la misma, de que bajo la denominación “Didáctica de la Matemática” no están incluidas las Matemáticas o los contenidos matemáticos. La conclusión a la que llegamos es que la denominación compuesta “Matemáticas y su Didáctica” es desafortunada porque implica un desconocimiento importante de la Didáctica de la Matemática como disciplina y como Área de Conocimientos

Un segundo problema es el siguiente: aceptemos que la distinción entre Matemáticas y su Didáctica se realiza con la pretensión de que el futuro profesor estudie lo que todos entendemos por matemáticas, las matemáticas de siempre, las que se estudian en los cursos de matemáticas generales. Incluso, si no hay ninguna otra indicación, aceptemos que sean los conocimientos matemáticos del nivel adecuado a las necesidades “científicas” de los futuros profesores. Inmediatamente surgen argumentos que ponen en tela de juicio la idoneidad de esa formación matemática “tradicional” en los planes de formación inicial de profesores (también conocida como de “contenidos” y que es a la que suponemos que se refiere la denominación compuesta, porque si fuera otra ya no serían matemáticas con mayúsculas y se debería especificar así). Valgan como ejemplo las afirmaciones de Llinares (1994), citado por Blanco (1998):

“...el conocimiento de la materia para un profesor de matemáticas tiene que ser distinto del de un especialista, ya que el conocimiento del contenido de los profesores está relacionado con el contexto y con el propio proceso de enseñanza del contenido (Llinares, 1994).” (pág. 87).

“La experiencia ha puesto de manifiesto la inutilidad de tal repetición (volver a enseñar los mismos contenidos matemáticos desarrollados en cursos anteriores) que ha ayudado a consolidar las concepciones previas de los estudiantes para profesores sobre las Matemáticas y sobre su enseñanza, manteniéndose estas dentro de una perspectiva contraria a las nuevas recomendaciones curriculares, ...” (pág. 87).

Asimismo, citamos las siguientes ideas de García, Escudero, Llinares y Sánchez (1994), con las que nos identificamos:

“...el programa de formación debe capacitar a los futuros profesores para que puedan llegar a caracterizar, en su práctica futura, una nueva cultura matemática escolar, diferente de la que proceden como aprendices. Esto lleva como consecuencia la necesidad de definir nuevas prácticas sociales alternativas en las aulas de los programas de formación.” (pág. 12);

“... No es que los estudiantes para profesores deban aprender más matemáticas, sino que la atención se traslada hacia otras variables. Tienen que aprender matemáticas de una forma diferente a la que presumiblemente han estado aprendiendo hasta estos momentos. Una forma de aprender que sea coherente con las características de la nueva cultura matemática escolar que, en el futuro, ellos mismos deben llegar a generar como profesores.” (pág. 13).

A lo que nosotros añadimos: Las variables a las que se alude en la cita, el aprendizaje matemático diferente, la nueva cultura matemática escolar y su caracterización de cara al desarrollo profesional, las nuevas prácticas sociales alternativas en relación con las matemáticas y otros aspectos no citados, tales como la propia metodología, la naturaleza de las matemáticas, los conocimientos y creencias previas de los futuros profesores o los procedimientos más idóneos para modificar positivamente dichos

conocimientos y creencias, es evidente que no proceden de la propia ciencia matemática, tal cual, ni encuentran respuesta directa en ella. Si por Matemáticas de nivel universitario entendemos lo que todos hemos visto, enseñado y experimentado, la denominación “Matemáticas y su Didáctica” no es tampoco adecuada para abarcar la riqueza de factores y variables a las que hay que atender en un plan de formación de maestros, entre otras cosas porque no son más matemáticas del mismo tipo que las estudiadas las que necesita el futuro maestro para tener una formación matemática adecuada a las necesidades profesionales. Por el contrario, la denominación “Didáctica de la Matemática” no sólo abarca el conocimiento matemático con mayúsculas así como sus posibles enfoques y variaciones (el conocimiento matemático desde el punto de vista de su educación, incluyendo, como es lógico, el conocimiento matemático en su sentido tradicional) sino que lo analiza y lo sitúa en el marco mucho más complejo de la Educación Matemática, que es en definitiva en torno a la que debe girar la formación profesional de los docentes.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA, DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Como se desprende de lo expuesto en el apartado 1.6.1 y se verá a lo largo del desarrollo del capítulo dedicado a la fundamentación de la propuesta, nos parece importante prestar atención a la terminología que utilizamos e intentar clarificar, hasta donde sea posible, la extensión y el significado de expresiones que son familiares y frecuentes en nuestro entorno pero que no quedan suficientemente establecidas y matizadas en la literatura consultada al respecto, seguramente por su dificultad, grado de generalidad, prioridades establecidas, estado incipiente de la cuestión o por varios de estos motivos combinados. Ya hemos indicado en el apartado mencionado nuestra posición con respecto a los términos “Educación Matemática” y “Didáctica de la Matemática”, empleados indistintamente por varias comunidades de investigadores para referirse a la misma Área de Conocimientos y, consecuentemente, considerados por algunos autores como sinónimos (Kilpatrick, 1985; Steiner, 1985).

Sin embargo, la diferenciación que hacemos entre ambos términos y sus significados, iniciada en el apartado 1.6.1 y desarrollada más detalladamente en el capítulo 2, nos parece correcta, justificada y suficiente para los propósitos del Proyecto. Para nosotros se trata de campos o áreas evidentemente relacionadas (consideramos que el Área de Didáctica de la Matemática forma parte del campo más amplio de la Educación Matemática), pero entre las que se dan diferencias importantes que, en nuestra opinión, suscitan serias dudas sobre la identificación conceptual y la utilización de ambas expresiones como sinónimas para hacer referencia a ambos campos de actividades, fenómenos y estudios.

Desde nuestro punto de vista las diferencias son notorias en aspectos como los siguientes: los tipos de actividades, las personas e instituciones que intervienen, el objeto material, las finalidades inmediatas o los ámbitos de competencias, entre otros. Distinto sería si consideráramos, como hace Steiner (1990), que la propia enseñanza de las matemáticas en el aula y lo que él denomina el Sistema de Enseñanza de las Matemáticas, constituido por la formación de profesores, el desarrollo curricular, la clase de Matemáticas, el material didáctico y los libros de texto o la evaluación, por ejemplo, se encuentran fuera del campo de la Educación Matemática, lo que indica que el autor está utilizando, bajo la misma denominación, un concepto más restringido que el nuestro y coincidente con lo que nosotros entendemos por Didáctica de la Matemática. Pero no es esta la concepción que tenemos sobre la Educación Matemática, cuyos fenómenos prototípicos creemos que se dan, precisamente, en el interior de las aulas y del propio Sistema de Enseñanza de las Matemáticas.

Tampoco es este el momento ni el lugar para entrar en mayores profundidades. Tan sólo diremos que la concepción que vamos a defender en este Proyecto para la Educación Matemática es tan amplia y compleja como lo son los fenómenos en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de los cuales participan también, de una manera importante, las situaciones y fenómenos relacionados con la formación inicial específica de los maestros y profesores de matemáticas, a la que me voy a referir a continuación.

De acuerdo con la posición que venimos defendiendo, la formación específica de profesores de matemáticas también forma parte del campo más general de la Educación Matemática, por lo que resulta evidente que en dicha formación tenga un papel relevante el Área de Conocimientos “Didáctica de la Matemática” como parcela dedicada a la reflexión, teorización, indagación sistemática y producción de conocimientos sobre todo el campo de la Educación Matemática, incluida, claro está, la propia formación de profesores. Aquí, al igual que ocurre con cualquier Área de Conocimientos de la Universidad, nos encontramos con la segunda y no menos importante de sus funciones: la formación de especialistas. Pero, a diferencia de otras Áreas y materias en el ámbito de la enseñanza universitaria, la formación en Didáctica de la Matemática presenta características peculiares, de las que destacamos por su singularidad las siguientes:

- el carácter de duplicidad o de doble atención que supone desarrollar un proceso de formación que a su vez se centra en otro proceso de formación, teniendo ambos muchas características comunes;

- el carácter de adecuación necesaria del proceso a las características cambiantes de la sociedad, de la institución educativa y de la cultura matemática escolar, lo que requiere capacitar al futuro docente para que pueda asumir dichos cambios y modificar sus actuaciones a través de la reflexión crítica sobre sus conocimientos y creencias previas, fruto de su propia experiencia como alumno;

- el carácter eminentemente profesional y teórico-práctico del proceso de formación, que contrasta con el carácter científico y teórico propios del Área de Conocimientos y de sus profesores, lo que incide en el diseño y desarrollo de una formación que no debe centrarse únicamente en la mera transmisión de conocimientos científicos; afortunadamente, la siguiente característica puede corregir estos inconvenientes;

- el carácter endógeno de una parte importante del proceso de formación, que se alimenta de sí mismo al ser, a la vez que una actividad docente, objeto de conocimiento y estudio por parte de la Didáctica de la Matemática. Es en este aspecto peculiar, en el que el Área se convierte en protagonista y espectadora del proceso de formación, estableciéndose, a través de esta doble función, un nexo de unión privilegiado y necesario con la práctica educativa escolar, relación que es preciso potenciar en el futuro.

Formación de Maestros de Primaria (Profesores de Secundaria y Bachillerato)

Las cuestiones fundamentales que nos interesan en este punto, y a las que trataremos de dar respuesta, son las siguientes: ¿Porqué es importante la Didáctica de la Matemática y las Prácticas de Enseñanza en la formación inicial de Maestros de Educación Primaria?; ¿cómo debe hacerse?.

La Educación Matemática es un campo reciente de investigación que está empezando a tener connotaciones específicas y un volumen aceptable de producciones útiles, a pesar de todas las carencias que todavía tiene en cuanto a teorías consolidadas, métodos de investigación y resultados. Pero, que aparezcan teorías y modelos específicos en un campo joven que necesita por ahora de las aportaciones de otras áreas del saber, no es tan sorprendente como el nivel alcanzado y el interés despertado en tan poco tiempo. La velocidad con que se están desarrollando las investigaciones en Educación Matemática, desde el primer congreso internacional en Educación Matemática en Lyon, en 1969, y sobre todo, a partir de la creación en 1976 del grupo internacional de investigación en Psicología de la Educación Matemática (PME), hace necesario, hoy más que nunca, cambios profundos en la formación inicial y permanente del profesorado. Nuevas técnicas, nuevos conocimientos, algunos de ellos sorprendentes y que desbordan por su cantidad y complejidad al más comprometido de los docentes, ocupado además durante gran parte de su tiempo en dar respuestas a las exigencias inmediatas de su trabajo diario, modificarían sustancialmente dicha práctica educativa si hubiera más oportunidades de darlos a conocer convenientemente entre los profesores en ejercicio. Si esto no se tiene en cuenta, dada la lentitud tradicional con la que llegan al aula las innovaciones educativas, los desfases existentes actualmente entre las conclusiones y resultados de las investigaciones en Educación Matemática y la práctica docente diaria, tenderán a ampliarse sin remedio

de forma vertiginosa.

Conocer en profundidad la Matemática es condición necesaria pero no suficiente para educar matemáticamente. La necesidad de una superespecialización o formación adicional a la formación matemática se hace cada día más patente a la luz de los resultados que se obtienen en las aulas y ante un análisis de los nuevos conocimientos que genera la investigación educativa. Además, la Matemática es un dominio formal cuyos objetos y métodos específicos son sustancialmente diferentes de los que corresponden a un campo básicamente sociológico, experimental y aplicado como es el de la Educación Matemática. Factores de tipo psicológico, didáctico o sociológico entre otros, se añaden a los epistemológicos de la propia disciplina para formar un entramado complejo que fácilmente desborda al educador más hábil.

Por otra parte, la creencia implícita tradicional de muchos matemáticos y profesores de matemáticas (en parte debido a la escasa consideración que todavía tiene la Didáctica de la Matemática en los planes de estudio de las Facultades de Matemáticas y de los Centros de Formación de Profesores), de que *"para enseñar matemáticas, definir los contenidos curriculares, crear métodos de enseñanza y escribir buenos libros de texto, es suficiente con tener unos buenos conocimientos matemáticos combinados con la intuición didáctica natural"*², persiste aún hoy día de forma generalizada, siendo necesario e importante, incluso para la propia matemática, que se creen las condiciones adecuadas para la modificación cualitativa de este punto de vista.

Pero el problema con el que nos encontramos para diseñar y desarrollar un plan de formación inicial de Maestros de Educación Primaria, es doble. Por un lado, la formación matemática con la que acceden los futuros maestros y maestras a la Universidad es claramente insuficiente para servir de apoyo al trabajo propiamente didáctico. Por otro lado, es evidente que la única formación didáctica específica con la que inician sus estudios es la constituída por los conocimientos, teorías implícitas, valores y creencias previas que han ido forjando como consecuencia de sus experiencias como alumnos de matemáticas; una formación subjetiva, sesgada, desorganizada e incompleta, que, además, supone normalmente un obstáculo para encauzar correctamente muchos aspectos del pensamiento profesional. Tanto es así, que es necesario incluso contemplar, en el diseño y desarrollo del plan de formación, medidas específicas para corregir algunos aspectos de dicha formación previa vulgar y subjetiva. Se deben tratar de conseguir tres metas generales:

- completar y encauzar adecuadamente la formación matemática adquirida previamente por los alumnos;
 - ayudar a conseguir un nivel aceptable de conocimientos didácticos específicos y de conocimientos propios del desarrollo profesional de la labor docente en matemáticas;
 - provocar en el alumno futuro maestro, los cambios de perspectiva y de actitud necesarios para abordar con garantías los procesos de enseñanza-aprendizaje así como para iniciar autónomamente el imprescindible y largo camino de formación continuada inherente a toda labor docente comprometida.
- Para ello, además de utilizar la información pertinente seleccionada y tratar con detenimiento los distintos aspectos del plan de formación, se dedicará especial atención a las relaciones teoría-práctica y a la metodología, que en determinados momentos pasará a ser un contenido fundamental del trabajo en el aula.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DE UN MAESTRO DE PRIMARIA

El perfil general de un Maestro de Primaria es el de un maestro que se suele denominar "generalista", si bien no se incluyen en su formación aspectos específicos relacionados con las áreas de Música, Educación Física y del Deporte, Lengua Extranjera y Religión o Ética. *"El papel del profesor en la educación primaria, es quizás uno de los elementos más determinantes de todo el proceso educativo ya que es en última instancia, quien va a guiar de forma directa el aprendizaje de un grupo de alumnos. Es*

²Fischbein, E.- Introduction. En: Nesher, P.; Kilpatrick, J. (eds.).- Mathematics and cognition. Cambridge University Press. pp. 1-13. 1990.

el profesor el que deberá tomar una serie de decisiones de diversa índole que configurarán una forma particular de intervención didáctica". (Junta de Andalucía, 1989).

Gimeno (1983) describe un listado de competencias generales que debe tener el profesorado:

- 1) *Nivel de conocimientos suficiente para desarrollar los programas escolares.*
- 2) *Sensibilización ante la psicología del niño, sus peculiaridades, variables de su desarrollo y aprendizaje.*
- 3) *Capacitación en las diversas metodologías para conseguir que el alumno supere los objetivos y los contenidos de los programas, adaptándolos a las peculiaridades de los alumnos de forma que su aprendizaje sea activo, significativo y creador.*
- 4) *Comprensión y gobierno de las relaciones interpersonales en el aula y en el centro escolar, en un marco de relaciones no agresivas ordenadas por un sentido de la disciplina basado en el trabajo.*
- 5) *Programación a corto, medio y largo plazo de la tarea docente y del aprendizaje del alumno.*
- 6) *Conexión de los contenidos con la psicología del alumno y las peculiaridades del medio.*
- 7) *Selección, capacidad de uso y confección de los medios técnicos apropiados para la enseñanza.*
- 8) *Capacidad de diagnóstico y evaluación del alumno, de su aprendizaje y de las variables que condicionan ese aprendizaje, en el orden escolar, personal y ambiental.*
- 9) *Capacitación para integrar la escuela en el medio extraescolar.*
- 10) *Organización del aula y del centro en las áreas de su competencia para mejor canalizar los métodos que utiliza.*
- 11) *Desenvolverse en el marco de las tareas administrativas que le incumben.*
- 12) *Atención especial a los aprendizajes instrumentales y sus problemas.*

Por otra parte, teniendo en cuenta las interacciones educativas necesarias para facilitar el aprendizaje, Zabala (1995) establece las siguientes funciones que debe asumir el profesor:

- a) Planificar la actuación docente de una manera lo suficientemente flexible para permitir la adaptación a las necesidades de los alumnos en todo el proceso de enseñanza aprendizaje.
- b) Contar con las aportaciones y los conocimientos de los alumnos, tanto al inicio de las actividades como durante su realización.
- c) Ayudar a los alumnos a encontrar sentido a lo que están haciendo para que conozcan lo que tienen que hacer, sientan que lo pueden hacer y les resulte interesante hacerlo.
- d) Establecer retos y desafíos a su alcance que puedan ser superados con el esfuerzo y la ayuda necesarios.
- e) Ofrecer ayudas adecuadas a los progresos que experimentan y a los obstáculos con los que se encuentran en el proceso de construcción.
- f) Promover la actividad mental autoestructurante que permita establecer el máximo de relaciones con el nuevo contenido, atribuyéndole significado en el mayor grado posible y fomentando los procesos de metacognición que le faciliten asegurar el control personal sobre sus conocimientos y los propios procesos durante el aprendizaje.
- g) Establecer un ambiente y unas relaciones presididos por el respeto mutuo y por el sentimiento de confianza, que promuevan la autoestima.
- h) Promover canales de comunicación que regulen los procesos de negociación, participación y construcción.
- i) Potenciar progresivamente la autonomía de los alumnos en el establecimiento de objetivos, en la planificación de las acciones que les conducirán a ello y en su realización y control, posibilitando que aprendan a aprender.
- j) Valorar a los alumnos según sus capacidades y esfuerzo, teniendo en cuenta el punto personal de partida y el proceso a través del cual adquieren conocimientos, e incentivando la autoevaluación de las competencias como medio para favorecer las estrategias de control y regulación de la propia actividad.

El Diseño Curricular de la Junta de Andalucía para Educación Primaria establece el papel del Maestro de Primaria en los siguientes términos:

1. Deberá planificar y organizar las distintas relaciones que se pretenden establecer en su grupo de alumnos: tipo de intervenciones en el grupo, tipo de relaciones entre alumnos, con los padres y con el resto de la comunidad. Debe ser por tanto un maestro estructurador de relaciones.

2. El maestro debe constituirse en modelo adulto significativo para su grupo de alumnos. El maestro debe cultivar actitudes: de respeto y confianza en el niño, fomentando el sentimiento de seguridad del niño; de afecto; de diálogo; de coherencia; de no autoritarismo; etc.

3. El maestro tiene el importante papel en cuanto a la formación en la clase de un grupo humano cohesionado mediante el empleo de recursos como: la asamblea, formación de grupos de trabajo, relación en el interior del aula y fuera del aula.

4. El maestro tiene un papel esencial como mediador de aprendizajes para los alumnos. Debe diseñar su intervención didáctica en función de los procesos de adquisición de conocimiento y características evolutivas de los alumnos.

5. El maestro como investigador curricular en el aula. Frente al simple papel de técnico ejecutor, el maestro puede asumir el papel de investigador de su acción desde un planteamiento la ejecución de algo que puede ser mejorado; sus programaciones adquieren el papel de hipótesis de trabajo a comprobar.

Estamos de acuerdo con Segovia (1997) en que este perfil de Maestro de Primaria tiene unas características generales que, consideradas como metas, no son exclusivas de ningún área de conocimientos. Desde cualquier área y, en particular, desde el área de matemáticas, se puede potenciar la consecución de estos objetivos de manera indirecta, asumiendo como Profesores de Educación Matemática los mismos roles que queremos que nuestros alumnos desempeñen como futuros maestros. Por ejemplo, promoveremos un maestro investigador si a su vez nosotros transmitimos esa manera de ejercer la profesión en nuestras clases.

EL MAESTRO DE PRIMARIA COMO EDUCADOR MATEMÁTICO

La idea de educador matemático trata de resaltar la importancia del aspecto educador por encima del aspecto instructivo en matemáticas; educar en matemáticas implica tener en cuenta las características y peculiaridades de la persona que es educada y situar la educación matemática dentro de un sentido general de la educación.

"Si hasta este momento han predominado los componentes instructivos del conocimiento matemático, cada vez se aprecia con más fuerza la insuficiencia de ese planteamiento y se va tomando conciencia de que la formación matemática es una dimensión relevante de la educación de los niños y adolescentes. De ahí que se hable de Educación Matemática, con una visión más integradora de las capacidades humanas que se desarrolla mediante los procesos de aprendizaje de las matemáticas" (Rico, 1991).

Por otra parte, a pesar del tiempo transcurrido desde que escribiera en 1955 su decálogo de sugerencias dirigidas a los profesores de matemáticas, creemos que las ideas del profesor Puig Adam siguen siendo de actualidad. Las sugerencias que hizo entonces son las siguientes:

1) No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.

2) No olvidar el origen concreto de la matemática, ni los procesos históricos de su evolución.

3) Presentar la matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.

4) Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.

5) Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.

6) Estimular la actividad creadora, despertando el interés directo y funcional hacia el objeto del

conocimiento.

- 7) Promover en todo lo posible la autocorrección.
- 8) Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.
- 9) Cuidar que la expresión del alumnos sea traducción fiel de su pensamiento.
- 10) Procurar que todo alumno tenga éxitos que eviten su desaliento.

Un documento más actualizado en este sentido es el editado por *The Professional Standards for Teaching Mathematics* del NCTM (1991), en el cual se consideran las siguientes funciones a cumplir por un buen profesor de matemáticas:

- a) Crear un ambiente en la clase que favorezca la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- b) Fijar objetivos así como diseñar y seleccionar tareas matemáticas que ayuden a los estudiantes a conseguir dichos objetivos.
- c) Estimular y dirigir el discurso de la clase para que, tanto profesor como estudiantes, vean con claridad lo que se está aprendiendo.
- d) Analizar el aprendizaje, las tareas matemáticas y el ambiente, en orden a dirigir la instrucción y la toma de decisiones.

Por su parte, Niss (1994) presenta las características de un buen profesor de matemáticas en base a cuatro axiomas:

1º) Los profesores deben acometer el equipamiento de sus estudiantes con conocimientos de las matemáticas, intuición y experiencia, que puedan servirles en su vida privada, profesional y social. En otras palabras, los profesores deben servir como genuinos mentores y no sólo como simples empleados.

2º) Los profesores, asimismo, deben ser capaces de realizar todo el trabajo que se espera hagan sus estudiantes. En otras palabras, los profesores deben de poseer la lista de competencias que deberá requerir a sus estudiantes (esto no implica que deban de ser tan buenos realizadores como el mejor de sus estudiantes).

3º) Usualmente los profesores van a estar en activo durante varias décadas por lo que, al ser preparados para su trabajo, se deberá tener en cuenta esta circunstancia y se les ayudará a ser constructor activo en el desarrollo de la educación matemática, incluso si esto implica cambios fundamentales en las componentes y factores que determinan la figura y funciones de los profesores de matemáticas. En otras palabras, en orden a ser agentes e instrumentos para el desarrollo y ante las posibilidades de cambios, los profesores han de poseer una gran flexibilidad, competencia que va más allá del requerimiento inmediato diario.

A partir de los enunciados anteriores se pueden describir las cualidades del profesor de matemáticas ideal (Segovia, op. cit.):

a) Debe poseer un profundo y rico conocimiento y una percepción de las matemáticas en multitud de dimensiones y manifestaciones. Así, debe de adquirir no sólo teorías matemáticas, sino también aspectos de la matemática como una ciencia que tiene historia y que se introduce en la sociedad como parte de la cultura humana en toda su diversidad. Muchos modelos matemáticos son usados en un gran número de diferentes contextos extramatemáticos en estrecha relación con otras materias de categoría similar. Las matemáticas no son sólo un edificio de un producto teórico, sino también un área de actividad y procesos que incluye plantear, explorar, investigar, crear y resolver problemas.

b) Comprender continuamente las razones fundamentales para enseñar matemáticas a las distintas categorías de estudiantes y cómo estas razones pueden ser discutidas con los propios estudiantes, con colegas y otras personas, parientes, vecinos, políticos, etc.

c) Estar en un continuo proceso de crecimiento y desarrollo basado en la apertura de la mente; orientar el conocimiento al interés reflejado por la gente, por los educadores matemáticos, los investigadores, la sociedad, la cultura, es decir, ser un profesor profesionalmente activo.

d) Ser capaz de seleccionar y producir una riqueza de materiales para la enseñanza y recursos ajustados a las circunstancias específicas y a las necesidades de sus clases y de sus estudiantes.

e) Ser capaz de organizar grupos de trabajo y supervisar diferentes formas de estudios y de actividades apropiadas para trabajar en y con las matemáticas.

f) Ser capaz de comunicar con sus estudiantes y con otras personas, en y sobre matemáticas, en una amplia variedad de caminos y niveles.

g) Ser capaz de tomar ante sus estudiantes la posición y el papel del matemático en la sociedad y en la cultura.

h) Poseer conocimiento teórico y empírico sobre los procesos en donde los estudiantes deben experimentar, percibir, y reflexionar; sobre los errores que estos pueden cometer; sobre las formas de los alumnos para obtener conocimiento matemático.

i) Ser una persona capaz de observar e investigar con actitud científica el proceso y el producto del aprendizaje de sus estudiantes, es decir, ser capaz de llevar a cabo a pequeña escala investigaciones didácticas.

j) Ser una persona capaz de valorar, en múltiples facetas, la comprensión y los logros de sus estudiantes sobre el conocimiento matemático así como de comunicar y discutir los descubrimientos con los estudiantes individualmente o en grupo.

Por último, citaremos las recomendaciones de Romberg (1991) en torno a la necesidad de profesores:

a) que creen situaciones epistemológicas en las que los niños pueden explorar problemas, crear estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos;

b) con los conocimientos académicos y pedagógicos para proporcionar enfoques flexibles, estimular representaciones informales y múltiples y al mismo tiempo promover el aumento gradual del lenguaje matemático;

c) que puedan diagnosticar las dificultades y planificar cuestiones que faciliten el progreso mediante el conflicto cognitivo;

d) que puedan mantener una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor independencia de los alumnos, una reflexión atenta sobre las estrategias de motivación cognitiva y un reconocimiento de los tópicos epistemológicos, cognitivos y sociales de la enseñanza y del aprendizaje.

NECESIDADES FORMATIVAS DEL MAESTRO DE EDUCACIÓN PRIMARIA: UN ENFOQUE TEÓRICO

El problema que nos planteamos en este apartado es el siguiente: *¿Cuál es la formación que debe recibir el profesor para adecuarse al perfil descrito en el apartado anterior?*

Mialaret (1982) opina que, en general, la formación del profesor debe abarcar dos grandes aspectos: formación académica y formación pedagógica. Así lo pone de manifiesto cuando alude a que el profesor en formación ha de adquirir una amplia y profunda cultura general:

“La autentica cultura general no debe compararse con la amable capa superficial que permite hablar sin idoneidad de todos los temas. La cultura general, tal como nosotros la concebimos y que deriva de una sólida formación académica, permite al individuo simultaneamente tener ideas precisas en algunos dominios de la actividad humana, ser capaz de transferir las actitudes intelectuales adquiridas en otros terrenos de pensamiento y tener noción de los límites de su saber. Ello supone por una parte un conocimiento bien asimilado y por otra, el desarrollo de actitudes críticas”.

Los conocimientos que debe adquirir un profesor para conformar esta “cultura general” han sido objeto de estudio durante los últimos años. Es evidente que lo que conoce el profesor influye enormemente en su actuación en las aulas y, como consecuencia, en lo que los alumnos aprenden. Sin embargo, no hay un consenso sobre cuál es el conocimiento crítico que debe poseer para garantizar el aprendizaje de las Matemáticas.

Caracterizar el dominio y las componentes básicas de dicho conocimiento se ha presentado como un amplio tema de debate y de investigación en el campo de la Educación Matemática. Algunos consideran que, puesto que no se puede enseñar lo que no se conoce, el profesor debe tener un conocimiento

profundo no sólo de las Matemáticas que van a enseñar, sino también de las Matemáticas que los alumnos podrán aprender en el futuro. Otros, consideran que es fundamental el conocimiento que tengan los profesores sobre cómo piensan y aprenden los alumnos, mientras que otros creen que el conocimiento de principios generales de pedagogía es una componente necesaria del conocimiento de los profesores.

Shulman (1986) determinó tres categorías del conocimiento profesional del docente, las cuales han sido ampliamente aceptadas en la comunidad de educadores matemáticos; son las siguientes:

1.- **Conocimiento de la materia específica**, consistente en el entendimiento de los hechos, conceptos, principios y marcos teóricos de la disciplina así como el conocimiento sustantivo y el conocimiento sintáctico. En Matemáticas, el conocimiento sustantivo incluye hechos matemáticos, conceptos y algoritmos de cálculo; el conocimiento sintáctico comporta la terminología y un entendimiento de los métodos matemáticos así como de otras formas de argumentación empleadas por los matemáticos. Todo ello requiere entender los procesos que subyacen en los conceptos matemáticos y conocer las relaciones entre diferentes aspectos del conocimiento matemático.

2.- **Conocimiento de contenido pedagógico**, que corresponde a la dimensión del conocimiento de la materia en relación con su enseñanza. En nuestro caso, se refiere a cómo deben interpretarse las Matemáticas para el aprendizaje. En este dominio de conocimientos se incluyen:

“...las formas más útiles de representar estas ideas, las analogías más poderosas, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones; en una palabra, las formas de representar la materia que la hace comprensible a los otros... (ello) incluye una comprensión de lo que hace fácil o difícil el aprendizaje de tópicos específicos: las concepciones y preconcepciones así como los antecedentes que los estudiantes de diferentes edades traen al aprender” (Shulman, 1986, p. 9)

3.- **Conocimiento curricular**, referido al conocimiento de los distintos materiales para la enseñanza de los distintos tópicos y el conjunto de características que sirven como indicadores del funcionamiento de los distintos programas utilizados. Se incluye en esta categoría el conocimiento de los materiales manipulativos que sirven para representar los conceptos matemáticos, así como el software educativo para ordenadores. Abarca no sólo la materia específica (en nuestro caso las Matemáticas), sino el conocimiento de los materiales curriculares que están siendo empleados simultáneamente por los estudiantes en otras materias de estudio, además de los que se usan en cursos anteriores y posteriores.

Por su parte, Bromme y Brophy (1986) hablan del conocimiento teórico y el conocimiento profesional o práctico. El primero se refiere a los conceptos y relaciones que se pueden establecer entre los mismos y a un sistema de operaciones entre ellos. El conocimiento teórico más importante para los profesores de Matemáticas es aquél que incluye: Matemáticas como disciplina, como producto histórico, como parte de la cultura y como parte del currículo escolar, Pedagogía, Psicología y Sociología. El segundo es el conocimiento sobre la actividad y la vida profesional de los profesores, es decir, el conocimiento de cómo un profesor enseña Matemáticas a un determinado grupo de alumnos o en un determinado tipo de centro, de cómo evaluar al alumnado, etc.

Peterson (1988) adopta y modifica la teoría de Shulman y considera que, para ser efectivo, el profesor de Matemáticas necesita conocer cómo piensan los estudiantes en un área de contenido específica, como facilitar el desarrollo de su pensamiento y cómo conseguir que avance en su nuevo proceso cognitivo. No ignora el conocimiento del contenido que hay que enseñar, pero considera que este conocimiento está contemplado en las otras categorías explícitamente mencionadas. Para ella, el conocimiento de las Matemáticas no es importante si se considera separado de la cognición de los niños y de la metacognición del profesor.

Lappan y Theulen Lubinski (1994) a la luz de los Professional Standards for Teaching Mathematics (NCTM, 1991), señalan que el profesor de Matemáticas debe ser capaz de escoger tareas que merezcan la pena, organizar el discurso en las clases, crear entornos de aprendizaje que enfatizan la resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento y analizar la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos.

Identifican tres dominios de conocimientos necesarios para los profesores: conocimientos de Matemáticas, conocimientos de pedagogía de las Matemáticas y conocimientos de los estudiantes; en consecuencia, los programas de formación deben estar estructurados de modo que los profesores puedan integrar estos conocimientos mediante dichos programas. El problema que se plantea es que estos dominios ni se excluyen mutuamente ni están claramente definidos.

Un tema de actualidad en el seno de la comunidad de formadores de maestros, lo constituye el debate acerca del tipo de conocimiento matemático que se debe proporcionar en los planes de formación. Por ejemplo, una de las más frecuentes explicaciones de por qué los alumnos no aprenden Matemáticas es la inadecuación del conocimiento que tienen sus profesores sobre las matemáticas. Es evidente que el conocimiento matemático es crítico para el profesor e incidirá en el aprendizaje de sus alumnos. Ahora bien, el profesor deberá tener un entendimiento conceptual de las Matemáticas cifrado en dos constructos importantes: la naturaleza de las Matemáticas en sí misma y la organización mental del conocimiento matemático (Fennema y Loef, 1992).

El conocimiento de cómo las Matemáticas deben ser presentadas en la enseñanza requiere tomar una materia compleja y transformarla de modo que pueda ser entendida por los alumnos. Esto distingue a los profesores de Matemáticas de los matemáticos profesionales (investigadores), dado que el propósito de los profesores no es crear nuevos conocimientos de la disciplina (que es el propósito del matemático profesional) sino fomentar su comprensión en la mente del alumno.

En consecuencia, las Matemáticas se deben transformar para que los estudiantes puedan ver la relación entre lo que conocen y el nuevo conocimiento que deben adquirir, puesto que la matemática está constituida por un gran cuerpo de relaciones abstractas que son el producto final de una necesidad formal. El profesor que no sabe cómo transformar estas abstracciones en formas más sencillas y no es capaz de enseñar al alumno a relacionar las Matemáticas nuevas con las que conoce, no podrá facilitar el aprendizaje comprensivo.

La otra componente se refiere al conocimiento sobre el sujeto que aprende. En este aspecto, se ha reconocido durante décadas que los profesores deben tener conocimientos sobre cómo adquieren y desarrollan los alumnos sus propias imágenes. Ahora bien, no está claro que conocer las distintas teorías del aprendizaje sea la solución para hacer que los alumnos aprendan. Fennema y Loef (1992) señalan que:

“cualquier teoría del aprendizaje sólo refleja lo que se ha sabido sobre la adquisición del conocimiento en el pasado, pero no refleja lo que un profesor innovador puede o debe hacer en sus clases (...). Como parece que (tales investigadores creen que) no hay principios generales de aprendizaje que puedan ser formulados para tener impacto en las decisiones instruccionales que influyen en el aprendizaje, quizás sería útil considerar principios específicos”.

Bromme (1988, 1994) explicita y diferencia el análisis que hace Shulman definiendo lo que denomina una “topología del conocimiento profesional de los profesores” en relación a la naturaleza de las Matemáticas. Sus categorías son las siguientes:

- Conocimiento del contenido de las matemáticas como disciplina.
- Conocimiento de la matemática escolar.
- Filosofía de la matemática escolar.
- Conocimiento pedagógico general y psicológico.
- Conocimiento pedagógico específico sobre las Matemáticas.

Llinares (1994b), revisando la literatura existente sobre el tema, considera y estructura los siguientes dominios del conocimiento de los profesores:

I.- Conocimiento de matemáticas

- I.1.- Conocimiento de y sobre las Matemáticas;
- I.2.- Conocimiento de y sobre la actividad matemática;
- I.3.- Conocimiento sobre el currículum matemático.

II.- Conocimiento sobre el aprendizaje de las nociones matemáticas.

III.- Conocimiento del proceso instructivo

- III.1.- Conocimiento sobre la planificación de la enseñanza;
- III.2.- Conocimiento sobre las representaciones y recursos instruccionales;
- III.3.- Conocimiento sobre las rutinas instruccionales;
- III.4.- Conocimiento de las características de las interacciones didácticas;
- III.5.- Conocimiento sobre las tareas académicas. (p. 314)

Indica, asimismo, que la integración de diferentes aspectos de estos dominios dan forma al conocimiento de contenido pedagógico del profesor y sitúa la actividad formativa en el centro del proceso de aprendizaje, como una forma de comprender el propio contexto; este planteamiento genera un modelo para la formación de los profesores basado en las consideraciones anteriores. (Llinares, 1994b, p. 327-328)

Una gran parte de estas últimas ideas relacionadas con el profesorado son compartidas por la comunidad de educadores matemáticos e investigadores en Didáctica de las Matemáticas. La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas celebró en Granada un Seminario bajo el título "Formación Científico Didáctica del Profesorado de Matemáticas de Secundaria" (Rico y Gutierrez, 1994), en el que se reconoce - al menos implícitamente - la necesidad de conocimientos epistemológicos, psicológicos cognitivos, curriculares, sobre materiales y recursos para el aula y sobre el análisis didáctico de los conocimientos de Matemáticas. En sus conclusiones se reconoce también la pluralidad de competencias científico-didácticas que va a necesitar un profesor de Matemáticas con la nueva estructura educativa, entre las que citamos las siguientes:

"...hubo consenso global en la validez de aportaciones de ámbitos de conocimiento muy diversos, tan dispares como la Sociología, Antropología, Lingüística o Metodología de la Investigación, siempre que aparezcan conectados con los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas" (Rico y Gutierrez, 1994, p. 21).

LOS ALUMNOS FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Un elemento importante a tener en cuenta en la elaboración de una propuesta curricular para la formación de profesores de Matemáticas es el alumnado al que va dirigida; se trata de una componente fundamental del diseño curricular, que forma parte, al igual que los profesores, del marco académico, institucional y curricular en el que se planifican y desarrollan los planes de formación. Le dedicamos un apartado separado porque creemos que se trata de una componente con entidad en sí misma y con características diferenciadoras destacables con respecto al resto de factores y condiciones.

Aunque la Universidad parece que se encuentra al margen de estas cuestiones, que duda cabe de que los alumnos son, por muchos motivos, el eje central en torno al que deben gravitar la mayor parte de las decisiones y actuaciones en el campo de la Educación. Es necesario tomar en consideración las características de los procesos de construcción del conocimiento, los conocimientos previos, las motivaciones, actitudes, estrategias y estilos de aprendizaje, los intereses profesionales, las dificultades, etc.; una tarea compleja por la escasa atención que tradicionalmente reciben estos aspectos en la enseñanza universitaria, por la poca información específica de que se dispone, la mayor parte de carácter descriptivo o fruto de la propia experiencia, y por las dificultades y obstáculos que presenta el desarrollo de investigaciones en este ámbito (García; Escudero; Llinares y Sánchez, 1994).

Podemos distinguir dos tipos de características de los alumnos que inciden en la elaboración del plan de formación que nos ocupa: generales, procedentes de estudios fundamentalmente sociológicos y pedagógicos, y específicas, relacionadas con la formación en Didáctica de la Matemática y con los procesos de aprender a enseñar matemáticas y procedentes de la propia experiencia y de investigaciones y proyectos de innovación en formación inicial y permanente de maestros y profesores de matemáticas

(Llinares y Sánchez, 1990; Carrillo y Contreras, 1993). Este último aspecto será tratado, como ya hemos mencionado, en el capítulo 2, en el apartado dedicado a la formación inicial de Maestros. En lo que sigue, esbozaremos algunas de las características que van a ser de utilidad para el marco general que estamos describiendo y analizando en este capítulo.

La información que nos interesa sobre las **características generales** de los alumnos de las Diplomaturas de Maestro se encuentra en numerosos estudios realizados en varias Universidades y Comunidades Autónomas del Estado español, como por ejemplo en Forner (1993, 1995) así como en un trabajo realizado recientemente por Fortes, A. (1995) sobre los alumnos de la Diplomatura de Maestro de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. Destacamos a continuación algunas conclusiones de dichos estudios.

- la mayoría de los alumnos tiene una trayectoria académica media-baja, pertenecen a la clase social trabajadora, los padres tienen en su mayoría estudios primarios y eligen sus estudios por motivos vocacionales o meramente circunstanciales y ajenos a la propia carrera;

- los motivos circunstanciales suelen ser los siguientes: falta de recursos económicos, imposibilidad de cursar otros estudios, carrera de corta duración, exigencias académicas bajas, proximidad al domicilio familiar, etc.;

- no llega al 20% el porcentaje de alumnos que eligen la Diplomatura de Maestro en primera opción;

- se constata una elevada feminización o segmentación sexista de la enseñanza (las mujeres constituyen alrededor del 75% de la población estudiantil en Educación) aunque no se han encontrado diferencias significativas entre sexos en cuanto a la motivación declarada;

- la mayoría de los alumnos aceptan acríticamente el sistema y los objetivos de la educación (modelo de reproducción social), no entienden la escuela como un elemento de transformación social, tienen un sentimiento de entrar en una profesión desprestigiada y el convencimiento de que el maestro no tiene responsabilidades en la transmisión de valores;

- los alumnos para Maestro presentan quejas generalizadas en torno al currículum y a la organización de los estudios, demandan mejoras en todos los ámbitos, otorgan gran importancia a las prácticas y reivindican unos estudios a nivel de Licenciatura. (nota del autor: este nivel crítico ha descendido notablemente en los últimos años).

- existen diferencias apreciables en las características anteriormente mencionadas entre las distintas especialidades. Estas diferencias son mayores entre especialidades de nueva creación, como ocurrió con la nueva especialidad de Educación Primaria, o aquéllas en las que la oferta de empleo es más elevada, como está ocurriendo en la actualidad con las de Educación Física y Educación Infantil, y las especialidades muy saturadas o con bajas expectativas laborales, como ha ocurrido recientemente con la de Educación Primaria, especialidad en la que no ha salido ninguna plaza en las últimas convocatorias en la Comunidad Autónoma Andaluza.

La impresión que tenemos, basada en la experiencia, coincide en general con los resultados anteriores, pudiéndose resumir en los siguientes términos:

- los alumnos para Maestro presentan, en general, una débil motivación intrínseca hacia los estudios que cursan, subiendo algo el interés a medida que progresan en el tiempo y, en particular, cuando realizan las prácticas de enseñanza;

- el objetivo fundamental de la mayoría de los alumnos es conseguir una titulación universitaria que les permita acceder en poco tiempo al mercado laboral, para lo que los estudios de Magisterio se presentan como asequibles, tanto por su corta duración como por el nivel de exigencias académicas en la mayoría de las asignaturas;

- su principal preocupación son los exámenes y las calificaciones; averiguar lo que el profesor les va a exigir para aprobar la asignatura es una de las tareas a las que dedican una buena parte de su atención y tiempo. No obstante, creemos que dicha preocupación no es exclusiva de estos estudios sino que, por el contrario, creemos que se da de forma generalizada en la población estudiantil universitaria.

- la formación matemática de los alumnos no es buena; no es frecuente encontrar alumnos con buenos expedientes. Tienen grandes lagunas en la comprensión de nociones matemáticas elementales y en conceptos básicos de casi todos los temas de matemáticas de Secundaria, especialmente en Geometría, Estadística y Probabilidad;

- su formación es el resultado de un proceso instructivo basado en algoritmos, técnicas y destrezas rutinarias que han ejercitado hasta la saciedad. Tienen la idea de que las matemáticas tienen una aplicabilidad restringida al aula de matemáticas, en donde se resuelven ejercicios y problemas que tienen poco que ver con la realidad y en los que hay que aplicar algoritmos y fórmulas que deben ser memorizadas;

- Inician sus estudios con una concepción primitiva y basada en sus propias experiencias como alumnos sobre la manera de enseñar y aprender las matemáticas; consideran que es muy difícil enseñar bien y no tienen una idea clara sobre el posible camino a seguir. Piensan que hay que “valer para las matemáticas” y que para ser un buen profesor de matemáticas lo más importante es dominar los conocimientos. Sin embargo, estas ideas llegan a modificarse ligeramente en el transcurso de su formación, mostrando interés y asombro cuando comprueban que existen otras formas de enseñar-aprender las matemáticas, o cuando toman contacto con la utilidad práctica de los conocimientos, descubren el placer de resolver verdaderos problemas, experimentan el carácter lúdico de algunas actividades y conocen técnicas de trabajo específicas (con material manipulativo, por ejemplo).

NUESTRA POSICIÓN: ALGUNAS MEDIDAS ESPECIALES

Creemos firmemente en la necesidad de cuidar especialmente las prácticas de enseñanza y las conexiones entre la teoría y la práctica, que es donde pensamos que se deben encontrar las conexiones entre los distintos aspectos de la formación y del pensamiento profesional del maestro y donde creemos que se pueden encontrar respuestas a los interrogantes que plantean algunos de los autores que se han citado con anterioridad.

METODOLOGÍA Y MOTIVACIÓN

De la situación general descrita sobre el alumnado en el apartado 1.4.5 así como de las características del plan de estudios (apartado 1.4.4) se desprende que la tarea a realizar es dura y compleja, aún incluso en el caso de que se tenga una idea muy clara de cómo debería ser el proceso de formación y cuáles las actuaciones concretas en orden a su optimización. Por la experiencia que tenemos las condiciones no son las más idóneas para alcanzar resultados medianamente satisfactorios, razón por la cual creemos que el esfuerzo que se ha de realizar es mayor que en otros ámbitos. El sentido, la orientación y las actuaciones concretas de dicho esfuerzo vienen dados como consecuencia de la reflexión en varios niveles sobre todos los elementos que intervienen. Aquí nos situamos en un nivel general inicial del que surgen algunas consideraciones que necesariamente se irán matizando y completando a lo largo del desarrollo del Proyecto.

Son varios los factores que hay que cuidar especialmente para aprovechar al máximo las condiciones de los alumnos, del contexto y del propio proceso. De entre ellos podemos destacar los siguientes: la metodología, la participación, la motivación intrínseca, el tratamiento del conocimiento matemático y las relaciones teoría-práctica. Se trata de los factores que, en nuestra opinión, pueden incidir más directamente en las principales características generales de los alumnos, las condiciones y el plan de estudios y que recordamos brevemente a continuación: plan de estudios excesivamente cargado, descoordinado y demasiado teórico; baja motivación; baja consideración académica y social de los estudios; las prácticas aumentan la motivación intrínseca; baja formación matemática como consecuencia de un proceso anterior manifiestamente mejorable y unas concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje matemático basadas en la propia experiencia y que es preciso reconducir por otras vías.

Un plan de formación que tenga en cuenta las características anteriores, para mejorarlas, superarlas o

aprovecharlas, debe contemplar:

- una metodología participativa, que tome en consideración las concepciones previas de los alumnos, que sea acorde, hasta donde sea posible, con las recomendaciones teóricas sobre la metodología en las aulas de Primaria, basada en principios constructivos y en la reflexión sobre la práctica, que proponga situaciones y actividades frecuentes en las que el alumno sea el protagonista y no el profesor, que utilice tareas no rutinarias de investigación, de resolución de verdaderos problemas, de manipulación, que potencie los aspectos profesionales, etc.;

- un desarrollo caracterizado por la búsqueda diaria de la motivación intrínseca en torno a la materia y sus relaciones con las tareas profesionales; la búsqueda del interés por lo que se hace a diario en el aula mediante situaciones, experiencias y actividades que consigan la implicación personal del alumno, a través de frecuentes tareas curiosas e interesantes, siempre que se pueda, o mediante una dinámica diferente a la acostumbrada en los estudios previos, entre otras medidas;

- un tratamiento del conocimiento matemático en el sentido apuntado en apartados anteriores y que siga, en general, las directrices de los estándares 1 y 2 para el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas del NCTM (1991, 2003);

- unas relaciones teoría-práctica intensas, significativas y desde el principio, en un proceso gradual que contemple desde la observación hasta la intervención autónoma prolongada, pasando por diferentes tipos de relaciones y experiencias intermedias. Unas relaciones que deben ser cuidadas especialmente, como así trataremos de reflejar en el Proyecto, si tenemos en cuenta que constituyen el núcleo central de la formación profesional que se pretende alcanzar.

DOCENCIA E INVESTIGACIÓN

hay al menos dos motivos que justifican la pertinencia y la necesidad de contemplar ambas funciones de cara al diseño de la guía:

- 1.- La necesidad de contemplar la función investigadora como complemento inseparable de las tareas docentes en la Universidad;

- 2.- La convergencia de las funciones docentes e investigadoras del Área de Didáctica de la Matemática en el campo de la formación específica de maestros, en la que el propio proceso de formación es objeto de conocimiento y estudio.

TEORÍA Y PRÁCTICA

Las titulaciones de Maestro pretenden una formación profesional sobre un campo y un tipo de actividad especialmente complejos, en los que se han de tomar con frecuencia decisiones rápidas que requieren de una alta y especial cualificación y en la que confluyen diferentes dimensiones, entre las que cabe destacar:

- Adquisición de conocimientos que se refieren al ámbito científico cultural del conocimiento objeto de la enseñanza;

- Adquisición de conocimientos profesionales, que se refieren tanto a la comprensión de la escuela, el sistema educativo y la naturaleza de la educación, como a los complejos y diversificados procesos de enseñanza aprendizaje así como a los modos didácticos de organizar los mismos en función de las características propias del conocimiento;

- Desarrollo de capacidades didácticas de intervención en la práctica, tales como: observación, diseño, explicación, comunicación, experimentación, evaluación;

- Desarrollo de actitudes correspondientes a los valores que se consideran educativos en general, como por ejemplo: comprensión, respeto, iniciativa, búsqueda, cooperación, indagación crítica, investigación. Es evidente que el desarrollo de estos y otros conocimientos, capacidades, actitudes y comportamientos requieren de un proceso de aprendizaje *prolongado, plural y polivalente* que de ninguna manera puede garantizarse mediante la simple acumulación de contenidos teóricos. Por el contrario, es necesario que existan tiempos de prácticas a lo largo de la carrera, y no sólo al final, con el propósito de estimular la

mejor interacción teoría-práctica, aún reconociendo que esta relación constituye, a veces, un problema complicado de resolver. Ello permitiría, de una parte, que los alumnos pudieran acudir al conocimiento teórico con una actitud de abordar problemas de los que cobran conciencia y no sólo con la pretensión de acumular información. De otra parte, ayudaría a adaptar paulatinamente la selección y enfoque de las asignaturas (especialmente de las más “profesionalizadoras”) a las exigencias de la práctica.

Las relaciones entre la teoría y la práctica, la reflexión y la experiencia o entre la formación científica y la formación profesional siguen siendo hoy día una de las asignaturas pendientes de los planes de formación inicial del Profesorado de todos los niveles. Esta circunstancia, unida al convencimiento personal de que se trata de uno de los temas clave para mejorar la calidad de la formación y a que ambas facetas sólo están contempladas bajo la responsabilidad del Departamento en el plan de estudios de la titulación de Maestro de Educación Primaria, justifican la necesidad de su consideración como elemento clave de la propuesta curricular.

Como se desprende de las condiciones ya indicadas, diseñar un plan de formación que contemple de forma realista y coherente las relaciones entre la teoría y la práctica no es tarea fácil, entre otros motivos por el elevado número de alumnos y por las dificultades inherentes a un sistema de prácticas todavía deficiente, con numerosas lagunas y dependiente de la buena voluntad de personas, organismos e instituciones ajenas a la Universidad. No en vano, ambos aspectos de la formación se encuentran en la actualidad prácticamente separados en todas las especialidades, hasta el punto de que en la mayoría de ellas, la teoría y la práctica corresponden a asignaturas que se encuentran bajo la responsabilidad de Departamentos diferentes y en todos los casos se desarrollan en instituciones diferentes con poca relación entre ellas. A pesar de todo, nos parece que el tema es lo suficientemente importante para la formación de los futuros Maestros como para intentar realizar una propuesta concreta que sea ambiciosa y realizable a la vez. Ambiciosa, aún a riesgo de que resulte difícil de llevar a cabo, en la medida en que vaya un poco más allá de lo que se está haciendo hoy día por mejorar una situación que dista mucho de ser ideal. Realizable, en la medida en que no sea una propuesta utópica sino viable, adaptable al actual plan de estudios e incorporable a futuras modificaciones del mismo, lo que obliga a precisar, además, las adaptaciones estructurales y curriculares necesarias para su adecuado desarrollo.

Como veremos a lo largo de la exposición, *creemos que es necesario delimitar claramente el campo de la práctica específica, sacarlo de las pautas de generalidad marcadas, dotarlo de entidad propia y relacionarlo de forma significativa con la Didáctica correspondiente, en lo que entendemos que debe ser un núcleo formativo específico en torno a las relaciones teoría-práctica*. Así lo expresa Blanco (1998, pág. 39):

“... debemos diseñar actividades específicas que permitan analizar y cuestionar los conocimientos, creencias y actitudes de los EPPs sobre matemáticas escolares y sobre su enseñanza/aprendizaje. Estas deben originarse a partir de contextos específicos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas que surgen del aula de Primaria, y mediante actividades que nos permitan compartir/discutir/negociar los significados que los EPPs van generando derivado de su implicación en las mismas.”

Se trata de tareas contextualizadas y personalizadas que, en opinión del autor, generan y desarrollan lo que se conoce como el “Conocimiento Didáctico del Contenido”, inicialmente establecido como “Pedagogical Content Knowledge” (Shulman, 1986). Es evidente que si el tipo de tarea que se realice durante el período de formación influye en el tipo de conocimientos que se genera y si aceptamos que es necesario modificar el cuerpo de conocimientos y creencias que los alumnos han construido previamente sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje (Llinares, 1994), para adecuarlos a la labores profesionales y a las características cambiantes de la cultura escolar y social, es necesario que dichas tareas tengan una estrecha relación con la práctica escolar que va a constituir el medio en el que va a tener lugar el desarrollo profesional del futuro maestro. Al mismo tiempo, el contacto con la práctica y cultura actuales, así como la reflexión sobre ambas y sobre las propias matemáticas en estrecha relación con

ellas, pueden constituir excelentes catalizadores para que los estudiantes para maestro experimenten incluso la necesaria evolución hacia nuevos niveles de comprensión de las matemáticas (Llinares y Sánchez, 1998, págs. 16-17); niveles caracterizados por un conocimiento más completo, específicamente situado, relevante y acorde son la nueva cultura matemática escolar; este es el enfoque que pretendemos reflejar en el plan de formación objeto del presente Proyecto Docente.

La construcción del pensamiento práctico, aquél que orienta y gobierna la interpretación y los modos de intervenir sobre la realidad, es el verdadero objetivo de la intervención educativa y no puede considerarse un proceso isomórfico al que conduce a la elaboración del conocimiento teórico, ni una simple y directa asimilación y aplicación del mismo. Por otra parte, es también una opinión generalizada que el carácter efímero del conocimiento académico que los alumnos adquieren en la institución educativa, ya sea en la enseñanza primaria o en la universitaria, es la consecuencia, entre otras razones, de su escasa relevancia para contribuir a formar el pensamiento práctico.

Es cierto, por tanto, que, en gran medida, todo es un problema de experiencia, pero si no queremos que esta experiencia sea una mera repetición acrítica de actuaciones irreflexivas es necesario atender, durante la etapa de formación, al modo en que los futuros profesores empiezan a adquirir experiencia profesional. Ello quiere decir, no sólo que es necesario que se disponga de un tiempo de experiencia suficientemente prolongado y que dicho tiempo esté ligado a un seguimiento y orientación que facilite la reflexión y el análisis de las situaciones y de las decisiones que se tomen. Quiere decir, además, que es necesario que el estudio teórico del período de formación sea también un momento de especial relevancia para la reflexión sobre la práctica, proporcionando conceptos, teorías y recursos reflexivos y de actuación para que efectivamente mejore la calidad de la experiencia práctica.

La formación del docente, de su pensamiento, actitudes, valores, capacidades y conducta, supone el desarrollo eficaz, complejo y enriquecedor de los procesos de interacción teoría-práctica. Es obvio que para entender el pensamiento y la actuación del profesor, no basta con identificar los procesos formales y las estrategias de procesamiento de información o toma de decisiones; es necesario calar en la red ideológica de teorías y creencias, la mayoría de las veces implícitas, que determinan el modo como el profesor da sentido a su mundo en general y a su práctica docente en particular.

En éste sentido es evidente que el profesor o el estudiante para profesor, en su vida previa y paralela a su formación o actuación profesional, ha ido desarrollando un conjunto, tal vez poco articulado e implícito pero poderoso y arraigado, de teorías, creencias, supuestos y valores sobre la naturaleza del quehacer educativo y sus relaciones con la cultura y la política del contexto social. Este tipo de conocimiento pedagógico vulgar se apoya en la imitación, en las costumbres, hábitos y tradiciones de la profesión, conectando la biografía individual con las características de la tradición profesional y ofreciendo escaso espacio a la crítica, deliberación o análisis racional de sus fuentes y consecuencias. Por eso creemos que es importante responder a la siguiente pregunta:

¿Cómo concebir la formación profesional del docente de modo que se favorezca la reconstrucción de este conocimiento vulgar y se estimule la elaboración de un pensamiento pedagógico capaz de interpretar la diversidad y complejidad de la realidad y de orientar racionalmente la actuación práctica?

Nadie duda de que, en buena medida, la formación del pensamiento práctico requiere algo más que la mera adquisición de contenidos académicos. Existen suficientes evidencias en las investigaciones y en la experiencia de los profesionales como para afirmar que el mero aprendizaje académico de contenidos teóricos, incluso cuando éstos han sido asimilados significativamente, no garantiza ni la permanencia de tales principios y conocimientos a lo largo del tiempo, ni menos aún su transformación en modos y procedimientos de actuación práctica. Los futuros profesores encuentran extraordinarias dificultades para transferir tales conceptos teóricos a las exigencias y demandas de la práctica del aula y, en consecuencia, pronto los abandonan. Parece, pues, que el proceso de formación teórica en las instituciones universitarias, no es lo suficientemente consistente, ni se arraiga significativamente en los esquemas de

pensamiento y actuación de los docentes. Es por ello que: el componente práctico del curriculum de formación del profesor viene exigido por la propia naturaleza clínica y práctica de la actividad docente, por la necesidad de formar el pensamiento práctico, las capacidades didácticas de intervención eficaz y las actitudes pedagógicas requeridas.

NUESTRA POSICIÓN: RELACIÓN DIALÉCTICA ENTRE LA REFLEXIÓN TEÓRICA Y EL PENSAMIENTO PRÁCTICO

Teniendo en cuenta la inconsistencia y fragilidad del aprendizaje académico adquirido por los docentes en las instituciones universitarias de formación, ante las presiones socializadoras del medio escolar, así como el carácter conservador y reproductor de rutinas de los procesos de socialización empírica en el escenario de la escuela, si nos proponemos provocar la reconstrucción del pensamiento pedagógico vulgar parece necesario estimular conjuntamente la reflexión teórica y la experimentación práctica, es decir: la praxis, la experimentación reflexiva y la reflexión sobre la práctica.

Los programas de formación del docente como intelectual comprometido con la práctica educativa no deben concebirse sólo, ni fundamentalmente, como procesos de transmisión de conocimientos. La finalidad de los mismos no es la acumulación enciclopédica de conocimientos en mentes llenas de información, sino la estimulación del aprendizaje relevante, la formación de esquemas de pensamiento y acción vinculados con la práctica, desarrollados a partir de la reflexión sobre la práctica y expuestos al contraste del escrutinio público y de la experimentación. Sólo de este modo puede esperarse que los futuros profesores cuestionen y reconstruyan los esquemas y argumentos de su pensamiento pedagógico empírico, adquirido a través de la experiencia como alumnos y profesores, y de sus intercambios cotidianos con los valores, normas y opiniones de la ideología social y de la cultura dominante en la escuela y en la comunidad.

Si se pretende superar las contradicciones y deficiencias tanto de una socialización prematura en las prácticas más indeseables y rutinarias de la escuela, como de un aprendizaje puramente teórico y estéril que conduce por lo mismo a una práctica mecánica, el procedimiento más sensato y poderoso consiste en *implicar a los futuros docentes en un proceso permanente de investigación y acción, de experimentación y reflexión compartida, de contraste, de indagación sobre todos los aspectos personales, sociales y materiales que condicionan la práctica educativa*. Al investigar en la práctica y al experimentar innovaciones no sólo se descubren las posibilidades insólitas de la realidad social y humana de la escuela, sino que se detectan los obstáculos y resistencias externas así como los límites y contradicciones de los propios planteamientos, creencias y hábitos, incluso encubiertos e inconscientes, que influyen en el comportamiento explícito. El profesor se enfrenta necesariamente a la tarea de generar nuevo conocimiento para interpretar y comprender la específica situación en que se mueve.

Por otra parte, es necesario considerar al profesor como investigador y al proceso de formación como un proceso de investigación sobre la propia práctica, sus plataformas educativas y modos de actuación, sobre las situaciones y el contexto y sobre el sentido y función social de la educación. Recrear la práctica supone concebirla no como un mero proceso de aplicación de teorías externas y previas ni como un simple periodo de inmersión en la cultura escolar, sino como un activo proceso de investigación personal en el contexto real del aula. Tanto esta como la escuela deben considerarse más bien como laboratorios sociales reales para el estudio y la experimentación que como modelos de imitación en la práctica. De este modo el alumno en prácticas no sólo desarrolla su comprensión sobre las peculiaridades de la escuela, el contexto social y el papel del profesor, sino que aprende a concebir la enseñanza como un proceso de investigación.

Por último, otro aspecto importante que debe ejercitarse en el periodo de prácticas es el aprendizaje y desarrollo de actitudes de cooperación, tan imprescindibles para diseñar, construir y desarrollar proyectos educativos y curriculares colectivos, exigidos por la LOGSE. La colaboración en el trabajo, en el debate y en la actuación son aspectos fundamentales del Curriculum, por lo que la mejor manera de aprender a trabajar en equipo es fomentar el desarrollo de la cooperación en el propio proceso de intervención y reflexión en la práctica.

ALGUNAS CONSECUENCIAS

Seminarios de Prácticas

Es fundamental el desarrollo sistemático de seminarios de debate sobre los problemas de la enseñanza en el marco escolar, a partir de los problemas detectados y vividos por los propios prácticos. Estos seminarios, que se deben desarrollar paralelamente a las prácticas, se han de apoyar en las experiencias de los alumnos sobre dichas prácticas, pero, al mismo tiempo, procurando trascender los contextos concretos y provocando la reflexión sobre temas y conceptos educativos de incidencia más general. De este modo, procurando además que el trabajo se realice en una atmósfera de confianza, se fomenta la reflexión cooperativa sobre la acción, la exposición abierta de las dudas y contradicciones y el sometimiento de las ideas y sentimientos a contraste y consideración pública. Por otra parte, el seminario puede ofrecer una ocasión única para comprender la integración en el pensamiento práctico de los futuros profesores de los conocimientos teóricos trabajados en la Facultad así como para detectar y subsanar las lagunas que aparecen en sus actuaciones prácticas.

La Supervisión

Un elemento clave en el programa de formación es la supervisión de las Prácticas de Enseñanza, entendida como un proceso basado en un modelo clínico de intervención que enfatice el análisis y la discusión de las perspectivas subjetivas elaboradas por los alumnos antes y durante el desarrollo de las prácticas.

La supervisión la realiza el Profesor Supervisor o profesor tutor de la Facultad, que es el responsable último de la formación práctica y teórica del futuro profesor en este periodo. Por las características de la labor que debe desempeñar el Supervisor o Tutor de Prácticas debe ser capaz de actuar y reflexionar en las situaciones divergentes del aula y reflexionar sobre su propia actuación como tutor. Debe comprender que su intervención es una práctica de segundo orden, un proceso de diálogo y conversación reflexiva con el estudiante sobre las situaciones del aula, la conceptualización de las tareas de enseñanza, la actuación y pensamiento del futuro profesor y su propia actuación y pensamiento. Su reponsabilidad fundamental se centra en torno a la orientación del proceso de prácticas de cada uno de los alumnos así como de la del propio seminario de debate y reflexión colectiva. Mas allá de la mera tarea de transmitir conocimientos en aulas masificadas, la integración teoría-práctica, la utilización de la teoría como instrumento de análisis de la práctica, debe ser el objetivo y el procedimiento pedagógico esencial de la función del Supervisor. Lejos nos encontramos de este concepto de supervisión cuando con frecuencia esta tarea desprestigiada y vacía de contenidos se utiliza como ocasión para completar artificialmente la carga docente.

El Maestro colaborador

Es imprescindible y urgente potenciar el papel del Maestro Colaborador o tutor del centro escolar, cuya función primordial es la de cooperar con el aprendiz implicándose abiertamente en procesos de innovación e investigación sobre su propia práctica. En este sentido, nos parece conveniente estudiar la posibilidad y el modo de que en los programas de formación de profesores puedan participar, además, maestros (profesores) experimentados que desarrollen en su aula una enseñanza reflexiva y que se preocupen por la innovación educativa y su propia autoformación como profesionales; profesores que se integren parcialmente en los departamentos universitarios, que desarrollen proyectos de investigación-acción y que se co-responsabilicen prioritariamente, junto a los actuales profesores universitarios, de atender como tutores al aprendizaje de los futuros maestros acerca de la reflexión sobre la acción y durante la misma.

Las relaciones Universidad-Escuela

Es conveniente estimular la cooperación de la Universidad y la Escuela mediante la selección adecuada de los centros de prácticas y la creación de escuelas que puedan considerarse centros de desarrollo profesional de docentes. En estos centros, los profesores implicados en la formación inicial podrían aprender al mismo tiempo que enseñan, porque investigarían cooperativamente sobre su propia práctica, experimentarían arropados por la investigación y tutelarían la formación de futuros profesionales

al amparo de dichas actividades básicas. Centros, en definitiva, que desarrollen proyectos educativos de carácter innovador o experimental, que estén dispuestos a colaborar en la formación del futuro Maestro (Profesor de Secundaria y Bachillerato) y que se caractericen por ser escenarios de desarrollo profesional en los que se promueve de forma continua el aprendizaje de la enseñanza, se establezcan unas relaciones sólidas y relevantes entre la teoría y la práctica y se establezcan medidas y actuaciones que faciliten el acercamiento entre el diseño teórico y la realidad, entre las pretensiones y las posibilidades; medidas y actuaciones, en definitiva, que deben ser viables y al mismo tiempo relevantes para transformar la realidad de forma significativa.

CONSECUENCIAS PARA EL DISEÑO Y DESARROLLO DEL PLAN DE FORMACIÓN

Desde el punto de vista del plan general de prácticas

- Participación de las Áreas de Didácticas Específicas en la asignatura “Prácticum II” de 2º curso, al menos en cuanto a las tareas que deben realizar los alumnos en el aula de Primaria. En este sentido proponemos que durante el tiempo de estancia en los centros los alumnos realicen también, de forma obligatoria, *tareas de iniciación a la investigación-aplicación* sobre la enseñanza de las materias específicas de las cuatro áreas básicas, cuya planificación y valoración será realizada por los profesores de las Didácticas Específicas correspondientes y dentro del desarrollo normal de estas asignaturas. Esto supone la modificación curricular de la asignatura para contemplar estos aspectos y la asignación de créditos a estas áreas, si bien, la responsabilidad de la asignatura en su conjunto debería seguir recayendo sobre el mismo Departamento.

- Cambio de definición y orientación general del tipo de prácticas a que se refiere en la actualidad la asignatura “Prácticum III”, para el que proponemos que, en lugar de “Prácticas de Intervención Dirigida y Autónoma”, pase a ser “Prácticas de Investigación, Aplicación e Intervención sobre la Enseñanza de las Matemáticas, del Conocimiento del Medio Social, del Conocimiento del Medio Natural y de la Lengua y Literatura Española”.

Desde el punto de vista de la asignatura “Prácticum III”

- Asignación de un total de 30 créditos distribuidos de la siguiente manera: 18 créditos de asistencia a los centros (los 3 primeros días de cada semana, durante 3 meses completos a razón de 5 horas diarias), 2 menos que los asignados actualmente, y 12 créditos de Seminarios (4 seminarios semanales, correspondientes a las cuatro áreas básicas, de 2,5 hora cada uno, ocupando dos de ellos la mañana de los jueves y los otros dos la mañana de los viernes de cada semana), 5 más que los asignados en la actualidad;

- Los Seminarios pasan de 7 a 12 créditos para contemplar la participación efectiva del Área de Conocimientos de Didáctica de la Lengua y la Literatura y permitir la diversificación por especificidad; con esta distribución se proponen 3 créditos para el desarrollo específico de cada una de las cuatro áreas básicas de la especialidad;

- Asignación a cada grupo de alumnos (como máximo 15) de un profesor supervisor de cada una de las cuatro áreas mencionadas;

- Modificación de la planificación docente para que cada profesor supervisor de prácticas participe activamente en la planificación y el desarrollo de la Didáctica Específica asociada, ubicada en la actualidad en 2º curso de la especialidad. Esto supone que la asignatura que proponemos debe ser desarrollada con el concurso de varios profesores, cuyo número dependerá del número de alumnos del grupo y de la dedicación de aquéllos;

- Modificación institucional de la situación de los maestros tutores para contemplar su asistencia periódica al Departamento, con las consiguientes medidas de acompañamiento relativas a horarios, sustituciones, compensaciones, etc.

- Alternativa o conjuntamente a lo anterior, tomar las medidas oportunas paralelas para contemplar y facilitar la asistencia periódica de los profesores supervisores a los centros de enseñanza; la elección y

situación de estos centros así como la dispersión de los alumnos son algunos de los aspectos que deben ser atendidos en este punto.

Desde el punto de vista del sistema Didáctica de la Matemática (2º curso) - Prácticas de Enseñanza en Matemáticas (3º curso)

De acuerdo con la nueva organización y distribución de créditos para la asignatura “Prácticum III”, los alumnos asisten a cuatro seminarios específicos semanales en la Facultad y tienen un período de estancia en los centros que es común para las cuatro áreas. Con este marco organizativo se asegura, más que en la situación actual, la dedicación por igual a cada una de dichas materias escolares, por lo que podemos decir que el Área de Didáctica de la Matemática participa de una manera más efectiva en la formación de cada alumno con un total de 7,5 créditos.

Por otra parte, la asignatura que proponemos incluye también la materia troncal “Matemáticas y su Didáctica” desarrollada mediante la asignatura “Didáctica de la Matemática” de 2º curso de la especialidad, para la que vamos a considerar la asignación de 12 créditos contemplada en la última modificación del plan de estudios (Ver apartado 1.6.3.3 del capítulo 1). De estos 12 créditos, proponemos que 10 sean empleados en desarrollos teóricos y 2 en prácticas de observación específica y en reflexión teórico-práctica sobre lo observado así como sobre lo investigado y aplicado por los alumnos a nivel de iniciación en la asignatura “Prácticum II”. Esta modificación sólo supone la inclusión de dichos aspectos prácticos en la planificación docente y la dedicación de algunas horas a la presencia en los centros.