

La Didáctica de la Matemática en la formación inicial del profesorado de Matemáticas de Secundaria: ideas para una programación

José Luis González Marí

Profesor Titular de Didáctica de la Matemática. Universidad de Málaga

Resumen

En el presente trabajo¹ se exponen los aspectos básicos de un diseño de programación de una asignatura hipotética, que podría tener por título 'Iniciación a la Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria', dirigida a la formación inicial de los profesores de Matemáticas de Secundaria. Sin entrar en otras consideraciones, por otra parte necesarias pero que exceden los propósitos de este trabajo, se pone especial énfasis en dos aspectos esenciales en una asignatura de este tipo: el contenido y la metodología. Ambos elementos deben coexistir bajo múltiples facetas que conviene distinguir claramente; diversos tipos de contenidos (matemáticos, didácticos, metodológicos, entre otros), diversos tipos de metodologías (de enseñanza en el aula, de la asignatura, entre otros) y diversos tipos de relaciones entre contenidos y metodologías constituyen un conjunto de factores que se han de integrar adecuadamente a lo largo del proceso de formación del profesorado.

Introducción

La Educación Matemática es un campo de investigación reciente que está empezando a tener connotaciones específicas y un volumen aceptable de producciones útiles, a pesar de todas las carencias que todavía tiene en cuanto a teorías consolidadas, métodos de investigación y resultados. Términos nuevos tales como: campo conceptual, concepto imagen, devolución, obstáculo didáctico, pensamiento numérico, etc., tratan de definir fenómenos y describir hechos didácticos constatados en numerosas investigaciones.

Pero, que aparezcan teorías y modelos específicos en un campo joven que necesita de las aportaciones de otras áreas del saber, no es tan sorprendente como el nivel alcanzado y el interés despertado en tan poco tiempo. El ritmo con que se están desarrollando las investigaciones en Educación Matemática, desde el primer congreso internacional en Educación Matemática en Lyon, en 1969, y, sobre todo, a partir de la creación en 1976 del grupo internacional de investigación en Psicología de la Educación Matemática (PME), hace necesario, hoy más que nunca, cambios profundos en la formación inicial y permanente del profesorado. Nuevas técnicas, nuevos conocimientos, algunos de ellos sorprendentes y que desbordan por su cantidad y complejidad al más comprometido de los docentes, modificarían sustancialmente la práctica educativa si los futuros docentes y profesores en ejercicio los conocieran convenientemente². En caso contrario, dada la lentitud tradicional con la que llegan al aula las innovaciones educativas, tenderán a

1 Fruto de la preparación de un curso para la obtención del C.A.P. en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga.

2 La formación inicial y permanente del profesorado requiere, como toda actividad docente, de una cierta transposición didáctica del conocimiento (Chevallard, I., 1985); por ejemplo, debe haber diferencias sustanciales, desde el punto de vista del alumno-futuro profesor, entre acceder directamente a la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (Vergnaud, G., 1993) o al método de enseñanza por diagnóstico de Alan Bell (Bell, A., 1986) mediante una explicación directa o una lectura comentada de sus trabajos de investigación, o hacerlo indirectamente mediante su implicación personal en una tarea matemática concreta, preparada y dirigida en el sentido adecuado.

ampliarse los desfases existentes en la actualidad entre las conclusiones y resultados de las investigaciones en Educación Matemática y la práctica docente diaria.

Por otra parte, persiste aún hoy día la creencia, en parte debido a la escasa consideración que todavía tiene la Didáctica de la Matemática en los planes de estudio de las Facultades de Matemáticas y de los Centros de Formación de Profesores, de que *"para enseñar matemáticas, definir los contenidos curriculares, crear métodos de enseñanza y escribir buenos libros de texto, es suficiente con tener unos buenos conocimientos matemáticos combinados con la intuición didáctica natural"*³. Por el contrario, poseer un dominio aceptable del conocimiento matemático es una condición necesaria pero no suficiente para educar con garantías el pensamiento matemático. La necesidad de una superespecialización o formación adicional del especialista en matemáticas que va a dedicarse a la docencia, se hace cada día más patente a la luz de los resultados que se obtienen en las aulas y, sobre todo, de los nuevos conocimientos que genera la investigación educativa. Además, la Matemática es un dominio formal cuyos objetos y métodos son sustancialmente diferentes de los que corresponden a un campo complejo, básicamente empírico y estrechamente relacionado con las Ciencias Sociales, como es el de la Educación Matemática. Factores de tipo psicológico, didáctico, filosófico o sociológico, entre otros, se añaden a las características epistemológicas de la propia disciplina para formar un entramado multidisciplinar que fácilmente desborda al educador más hábil.

El esquema de programación que se presenta en los siguientes apartados, en cuya elaboración se han tenido en cuenta las valiosas sugerencias y aportaciones de los profesores compañeros del área de conocimientos de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Málaga, es el punto de partida de un proceso de experimentación orientado a la formación de Profesores de Educación Secundaria. Su finalidad general es la de intentar provocar en el alumno especialista en Matemáticas los cambios de perspectiva y de actitud necesarios para abordar con garantías los procesos de enseñanza-aprendizaje e iniciar autónomamente el camino de formación continuada inherente a toda labor docente comprometida. Para ello se dedica una especial atención al contenido y a la metodología, aspecto, este último, que a su vez se considera también como una parte fundamental del contenido de la asignatura.

Elementos del programa

Objetivos

Se pretende que el alumno:

- Tome contacto con la problemática específica de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Secundaria.
- Conozca las orientaciones oficiales para dichos niveles e inicie la conformación de una actitud crítica que le permita analizar los programas y libros de texto desde una perspectiva didáctica fundamentada.
- Tome conciencia de la necesidad e importancia para la docencia de la reflexión sobre la historia y la epistemología de la Matemática, en general, y, en particular, sobre la historia y epistemología de los conceptos y procedimientos matemáticos incluidos en el currículum de Educación Secundaria.
- Conozca los métodos usuales para el análisis didáctico de contenidos matemáticos como instrumentos

3 Fischbein, E.- Introduction. En: Nesher, P.; Kilpatrick, J. (eds.).- Mathematics and cognition. Cambridge University Press. pp. 1-13. 1990.

útiles para la labor docente.

- Realice una primera incursión de tipo experimental en las principales teorías, técnicas y métodos actuales en la enseñanza de la Matemática.
- Adquiera un nivel mínimo de autonomía profesional traducido en que sea capaz de preparar y desarrollar una intervención autónoma en el aula siguiendo las orientaciones dadas en el curso.
- Adquiera una visión general de la situación actual de la investigación en Educación Matemática así como de las principales fuentes de información.

Contenidos

Debido a las características peculiares de la formación de profesores, en la que la propia metodología se debe convertir a su vez en un contenido sobre el que experimentar y reflexionar, haremos una clasificación basada en el carácter explícito o implícito de los mismos, en su papel como objetos y/o instrumentos y en su finalidad formativa y/o informativa. Exponemos a continuación los contenidos del curso en tres niveles diferentes que deberán confluir en el desarrollo práctico del mismo.

Contenido formal

En este apartado se relacionan los grandes temas de la Didáctica de la Matemática adaptados a las características específicas de los niveles de Secundaria. En torno a ellos se aglutinan los principales problemas y las distintas tendencias y escuelas existentes. Son los temas finales, institucionales y formales en Educación Matemática; aquéllos en los que se mueven los especialistas y que delimitan, por tanto, los campos fundamentales de interés de la investigación en Educación Matemática. Por ello, podrían ser los puntos terminales del trabajo en cualquier curso avanzado de formación en Didáctica de la Matemática. En la presente programación serán tratados a nivel de iniciación, llegando a la profundidad que las circunstancias, interés y formación de los alumnos lo permitan. Los temas son los siguientes:

Tema 1.- Educación Matemática.

- Principales factores y tendencias actuales;
- Metas y fines de la Educación Matemática;
- La Educación Matemática en el Sistema Educativo y en la Sociedad actual;
- La Matemática y su Didáctica:
 - Relaciones entre la Matemática y la Educación Matemática;
 - Concepciones sobre la Matemática y determinaciones didácticas generales.

Tema 2.- Análisis didáctico de contenidos matemáticos

- Contribución de la Historia y la Epistemología de la Matemática.
- El aprendizaje matemático. Aportaciones de la Psicología de la Educación Matemática.
- Otros elementos del análisis didáctico: fenomenología del conocimiento matemático; transposición didáctica; matemáticas y cultura; las matemáticas en la sociedad actual y en las ciencias, etc..

Tema 3.- Epistemología y Educación Matemática

- Epistemología de la Matemática y Educación Matemática
- Principales tendencias

Tema 4.- Fenomenología y Educación Matemática

- Diferentes enfoques

- Análisis fenomenológico del conocimiento matemático y sus implicaciones didácticas

Tema 5.- Aprendizaje y Desarrollo Cognitivo en Matemáticas

- Características generales y principales factores
- Paradigmas y enfoques
- Representación y comprensión del conocimiento matemático
- Análisis de errores y dificultades

Tema 6.- Enseñanza y Currículo: Elementos, diseño y referencias para su desarrollo práctico.

Tema 7.- Currículo de Matemáticas en la Educación Secundaria. Programas y libros de texto.

Tema 8.- La metodología y la evaluación en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Secundaria

Tema 9.- Situaciones didácticas fenomenológicas socioculturales

Tema 10.- El material didáctico. Situaciones didácticas manipulativo-representativas.

Tema 11.- Juegos y pasatiempos de grupo. Situaciones didácticas de comunicación y socialización del conocimiento.

Tema 12.- Explicación del Profesor, resolución de problemas, ejercicios, técnicas y destrezas. Situaciones didácticas de validación e institucionalización y de consolidación, práctica, extensión y evaluación del conocimiento.

Tema 13.- Preparación de la intervención didáctica en el área de Matemáticas

Tema 14.- Investigación en Educación Matemática: situación actual; principales fuentes de información. Organismos nacionales e internacionales.

Contenido instrumental (tópicos con doble finalidad)

La mejor motivación en un curso de formación inicial en Didáctica de la Matemática es la ejemplificación mediante tareas y situaciones concretas idóneas en las que el alumno se implique personalmente. Para ello parece conveniente la utilización, como meros instrumentos, de tópicos matemáticos y materiales didácticos accesibles al nivel de los alumnos, cuya única finalidad, en principio, es la de servir de excusa y soporte para otras cuestiones (análisis didáctico, juego de cuadros o simulación sobre análisis de errores, por ejemplo). Pero si además se trata de conceptos y procedimientos importantes en la Educación Secundaria se constituyen, además, en objetos de estudio en sí mismos, convirtiéndose así en contenidos de segundo orden o con doble finalidad: instrumental y curricular. Para ello hemos elegido los siguientes tópicos matemáticos:

- El teorema chino de los restos. El problema de contar caramelos
- El algoritmo de la raíz cuadrada
- Los números enteros. Iniciación al Álgebra
- Los conceptos de perímetro y área. El papel isométrico
- Los polígonos
- Los mosaicos; el problema de embaldosar el plano
- El número
- El concepto de límite
- El concepto de función
- El número real. La calculadora
- Números decimales; el cálculo del espesor de una hoja de papel

- Combinatoria. Azar y probabilidad. Construcción de tablas de números aleatorios
- Juegos matemáticos: el salto de la rana y otros.

Algunos de ellos servirán de punto de partida para tratar una cuestión puntual del contenido formal y otros servirán de soporte y excusa para trabajar varios aspectos simultáneamente.

Contenido metodológico (triple finalidad)

Los métodos que se utilicen para trabajar los tópicos del contenido instrumental, que a su vez serán un medio para experimentar y conocer el contenido formal, deben ser, al mismo tiempo, objetos de estudio y reflexión. Tienen, en este sentido, un triple protagonismo: son un medio directo para abordar los tópicos matemáticos desde distintos puntos de vista; son un medio indirecto para llegar al conocimiento institucional o formal de la Didáctica de la Matemática y, por último, deben ser también objetos de atención en sí mismos como parte fundamental del acto didáctico.

Se proponen en el curso los siguientes métodos:

- de razonamiento: inductivo experimental, deductivo;
- de enseñanza y aprendizaje: heurístico, expositivo, enseñanza por diagnóstico, conflicto socio-cognitivo, resolución de problemas y propuesta de un esquema metodológico mixto basado en cinco tipos de situaciones didácticas;
 - epistemológicos: histórico-crítico, lógico-formal
 - de diagnóstico didáctico y evaluación: análisis de errores, estudio de concepciones, análisis de tareas, entrevistas, resolución de problemas, pruebas y cuestionarios, otros métodos de observación.

Metodología

El desarrollo del curso se ha de centrar, básicamente, en torno al contenido instrumental, planteado en forma de problemas y situaciones prácticas como propuestas de trabajo a los alumnos. Cada uno de dichos tópicos debe servir como soporte para tratar uno de los contenidos metodológicos. En ocasiones servirán como ejemplos de varios de ellos simultáneamente, dependiendo del desarrollo del curso. A lo largo de la evolución de cada actividad, se irá aportando información en la medida en que sea necesario, concluyéndose con debates sobre las cuestiones formales y metodológicas del programa relacionadas con la tarea así como con la correspondiente síntesis y exposición por parte del profesor. En este momento se completará la información y se harán propuestas de trabajo adicionales para completar y/o ampliar lo aprendido.

Los alumnos realizarán: trabajos individuales y de grupo, debates y coloquios en gran grupo así como exposiciones ocasionales seguidas de debate. El profesor iniciará y conducirá las actividades, introduciendo en su momento esquemas, explicaciones y resúmenes.

Recursos y material didáctico

De los alumnos: papel cuadriculado, transparencias, cartulinas de colores, regla y compás, papel isométrico, tijeras y pegamento, materiales didácticos estructurados, ejemplares o fotocopias del diseño curricular de Matemáticas para Educación Secundaria de la Junta de Andalucía y del M.E.C., fotocopias de documentos que se prepararán con la suficiente antelación, bibliografía de la asignatura y libros de texto de algunas editoriales.

Del profesor: retroproyector y pizarra.

Evaluación

Del alumno: asistencia y participación en las tareas puntuales, un trabajo de grupo y otro individual sobre la didáctica de un tópico elegido del currículum de Secundaria y autoevaluación razonada.

Del profesor: autoevaluación razonada y encuesta a los alumnos.

Del proyecto: encuesta a los alumnos al finalizar el curso e informe del profesor sobre el desarrollo del mismo, modificaciones, resultados globales, etc.

Bibliografía del programa y referencias utilizadas para su elaboración

Alsina, C. y otros.- Invitación a la Didáctica de la geometría. Editorial Síntesis. Madrid, 1987.

Alsina, C. y otros.- Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis. Madrid, 1988.

Bednarz, N.; Garnier, C. (eds.). Construction des Savoirs. Obstacles et conflicts. Ottawa. Canadá: Agence d'ARC, inc. 398 pp.; 1989.

Begle, E. G.- Critical variables in Mathematics Education. MAA & NCTM. Washington, D. C., 1979.

Bell, A. Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros. Enseñanza de las Ciencias; 1986; 4(3): pp. 199-208.

Bell, A. W.; Costello, J.; Kuchemann, D.- Research on learning and teaching. A review of research in mathematical education. NFER-NELSON. Windsor, Berkshire

Booth, L. R. Algebra: Children's strategies and errors in Secondary Mathematics Project. London: Nfer-Nelson Publishing Company Ltd.; 1984.

Bouvier, A. directeur.- Didactique des Mathématiques. Le dire et le faire. París: Cedic-Nathan; 1986.

Brousseau, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques; 1986; 7(2): pp. 33-115.

Brousseau, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques; 1983; 4(2): 165-198.

Brousseau, G. Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Bordeaux: Thse d'Etat; 1986.

Brousseau, G. ¿Que pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? (Parte primera). Enseñanza de las Ciencias; 1990; 8(3): pp. 259-267.

Brousseau, G. ¿Que pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? (Segunda parte). Enseñanza de las Ciencias; 1991; 9(1).

Colección de la Editorial Síntesis sobre la Educación Matemática en Secundaria

Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía.- Diseño curricular de Matemáticas 12 a 16. 1990.

Cornu, B. Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles [Doctoral Thesis]. Grenoble: University of Grenoble I; 1983.

Chevallard, I.- La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage, Grenoble. 1985.

Christiansen, B.; Howson, A. G.; Otte, M. (eds.). Perspectives on Mathematics Education. Dordrecht.

Holland: Reidel; 1986.

Davis, Robert B. Learning Mathematics. London: Routledge; 1989.

Díaz Godino, J. y otros.- Azar y probabilidad. Editorial Síntesis. Madrid, 1987

Dickson, L.; Brown, M.; Gibson O.- El aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor S.A. Ministerio de Educación y Ciencia. 1991.

Douady, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques [Thèse d'Etat]. París: Université París VII; 1984.

Fielker, D.- Removing the shackles of Euclid. ATM, Nelson. Lancs. 1984.

Fischbein, E. Intuition in Science and Mathematics. An educational approach. Holland: Mathematics Education Library. D. Reidel Publishing Company; 1987.

Freudenthal, H. Didactical phenomenology of Mathematical structures. Dordrecht. Holland: D. Reidel Publishing Company; 1983; ISBN: 90-277-1535-1.

Freudenthal, H. Mathematics as an educational task. D. Reidel. Dordrecht. Holland. 1973.

Gimeno sacristán, J.; Pérez Gómez, A. La enseñanza: su teoría y su práctica. Madrid: Akal Universitaria; 1983.

Ginsburg, H. P. The development of Mathematical Thinking: Academic Press, Inc.; 1983.

González Marí, J. L.- El campo conceptual de los números naturales relativos. Tesis doctoral. Versión microfilmada. SPICUM Universidad de Málaga, 1995.

Greer, B.; Mulhern, G. edit. New directions in Mathematics Education. London: Routledge; 1989.

Grupo cero de Valencia.- De 12 a 16. Un proyecto de currículum de Matemáticas. Generalitat valenciana. Valencia, 1990.

Gutiérrez, A. (ed.).- Creación de Conocimiento Didáctica de la Matemática. Síntesis. Madrid, 1991.

Hart, K. (ed.).- Children's understanding of Mathematics: 11-16. John Murray. 1981.

Hernán, F.; Carrillo, E.- Recursos en el aula de matemáticas. Editorial Síntesis. Madrid, 1988.

Hiebert, J. edit. Conceptual and procedural knowledge: The case of Mathematics. London: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.; 1986.

Informe Cockcroft.- Las Matemáticas sí cuentan. M.E.C.. 1986.

Iriarte, M. D.; Jimeno, M.; Vargas-Machuca, I.; González, J.L.; Ortiz, A.; Ortiz Comas, A.; Sanz, E. Los números enteros. Madrid: Síntesis; 1989.

Janvier, C., edit. Problems of representation in the teaching and learning Mathematics. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers; 1987.

Kilpatrick, J.; Rico, L.; Sierra, M.- Educación Matemática e Investigación. Síntesis. Madrid, 1994.

Lesh, R.; Landau, M. (eds.).- Acquisition of mathematics concepts and processes. Academic Press, New York. 1983.

MEC.- Diseño curricular base para Secundaria obligatoria. Madrid, 1989.

Nesher, P.; Kilpatrick, J. (edit.). Mathematics and Cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press; 1989.

Olmo, M. y otros.- Superficie y volumen. Editorial Síntesis. Madrid, 1989.

Polya, G.- Como plantear y resolver problemas. Trillas. México, 1965.

Polya, G.- Matemáticas y razonamiento plausible. Tecnos. Madrid, 1966

Puig, L.; Cerdán, F.- Problemas aritméticos escolares. Editorial Síntesis. Madrid, 1988.

Schoenfeld, A. Cognitive Science and Mathematics Education. Hillsdale, New Jersey.: Lawrence Erlbaum Associates Publishers; 1987

Schoenfeld, A. H.- Problem solving in the mathematics curriculum. The Mathematical Association of America. Washington D. C.. 1983.

Shumway, R. J. (ed.).- Research in Mathematics Education. Reston. VA: National Council of Teacher of Mathematics. 1980

Sierpinska, A. Obstacles épistémologiques relatifs a la notion de limite. Recherches en Didactique des mathématiques; 1985; 6(1): pp. 5 - 67.

Steiner, H. G. y otros (eds.).- Theory of Mathematics Education. ICME 5. Institut fŕr Didaktik der Mathematik. UniversitŠt Bielefeld. 1984.

Tymoczko, T. New directions in the Philosophy of Mathematics. Boston: BirkhŠuser; 1986.

Vergnaud, G.- La teoría de los campos conceptuales. En Sánchez, E.; Zubieta, G. (eds.).- Lecturas en Didáctica de las Matemáticas. Escuela Francesa. Cinvestav - IPN. México D. F., págs. 88 - 117. 1993.