

### 3.3.- Orientaciones didácticas generales:

- Oficiales
- PISA- OCDE
- NCTM
- Nuestra aportación: Laboratorio de Matemáticas; esquema metodológico; resolución de problemas.

### Orientaciones didácticas oficiales en la Comunidad Autónoma Andaluza para el área de Matemáticas de 3 a 7 años

(documentos curriculares oficiales citados en 3.2)

### Proyecto PISA-OCDE: descripción general de la evaluación y orientaciones didácticas implícitas

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment, PISA) se ha desarrollado con el fin de averiguar en qué medida los jóvenes de 15 años están preparados para utilizar lo que han aprendido en situaciones cotidianas, desempeñar un papel activo en la sociedad y satisfacer los desafíos que dicha sociedad les plantea (Rico, L. (2003). “Investigación en el aula de matemáticas. La evaluación”), es decir, si usan y se implican con las Matemáticas y tienen un buen nivel de “Alfabetización Matemática” (Mathematical Literacy). Para ello, se han observado las *capacidades de los estudiantes para utilizar y hacer matemáticas en situaciones reales, es decir, para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones*. Todo ello significa, no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos sino también, comunicar, relacionarse con las matemáticas, valorar e incluso apreciar y disfrutar con ellas.

**Objetivo básico: los estudiantes deberían aprender a matematizar**, lo que significa:

- 1.- Identificar y localizar un problema real
- 2.- Organizar la información de acuerdo con conceptos matemáticos.
- 3.- Generalizar y formalizar.
- 4.- Resolver el problema.
- 5.- Discutir y dar sentido a la solución.

La *matematización* implica tres procesos, uno horizontal, otro vertical y un tercero de validación y reflexión. Veamos brevemente cada uno de ellos.

Las actividades de la *matematización horizontal* persiguen traducir el problema a términos matemáticos. Algunas de estas actividades son: identificar los conceptos relevantes en una situación, representar, analizar y comprender las relaciones, encontrar regularidades y patrones, reconocer problemas similares, modelizar, utilizar herramientas adecuadas para resolver.

Las actividades de la *matematización vertical* incluyen: utilizar diferentes representaciones, utilizar el lenguaje en sus diferentes facetas, ajustar y refinar los modelos, argumentar y generalizar.

Las actividades de *reflexión, interpretación y validación* son, entre otros: justificar los resultados, analizar los argumentos, comunicar el proceso y la solución, criticar el modelo.

### Criterios que se han utilizado para la evaluación:

Se han tenido en cuenta los siguientes:

- 1.- Las *situaciones y contextos*, en la medida en que la matematización siempre hace referencia a alguna parcela de la experiencia o de la realidad, incluso aunque esta sea virtual.
- 2.- Los *contenidos matemáticos*, tanto desde el punto de vista de la disciplina (aritmética, geometría, álgebra, etc.) como desde el punto de vista de los fenómenos reales (cantidad espacio y forma, cambios y relaciones, incertidumbre).
- 3.- Las *competencias* necesarias para desarrollar con soltura los procesos de matematización descritos.

El concepto de **competencia** hace referencia a lo que el individuo es *capaz de hacer* (capacidad de respuesta), lo que coincide con las manifestaciones observables de la comprensión según el modelo para el diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático de Gallardo (2004).

El Proyecto PISA tiene en cuenta las siguientes competencias:

- Pensar y razonar (distinguir entre diferentes tipos de enunciados, plantear cuestiones propias de las matemáticas, etc.);
- argumentar (conocer lo que son pruebas matemáticas, tener sentido para la heurística, crear y expresar argumentos matemáticos, etc.);
- comunicar (expresión matemática, oral y escrita, entender expresiones, etc.);
- modelar (estructurar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos, etc.);
- plantear y resolver problemas;
- representar (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones, etc.);
- utilizar varios lenguajes.

Las clases o **tipos de competencias** consideradas son tres: de reproducción y procedimientos rutinarios, de conexiones e integración y de razonamiento y argumentación para resolver problemas originales.

### **Orientaciones didácticas del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principios y Estándares para la Educación Matemática de 3 a 7 años en Estados Unidos**

**Publicación:** Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (SAEM Thales) (Ed.) y NCTM (2003).- Principios y Estándares para la Educación Matemática. ISBN 84-933040-3-4. <http://thales.cica.es>

El contenido de este apartado se complementa con la información más reciente del NCTM sobre los “curriculum focal points” ([www.nctm.org/focalpoints/](http://www.nctm.org/focalpoints/))

#### **Organismos que forman parte del NCTM**

CONFERENCE BOARD OF THE MATHEMATICAL SCIENCES  
 AMERICAN MATHEMATICAL ASSOCIATION OF TWO-YEAR COLLEGES  
 AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY  
 ASSOCIATION OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATORS  
 AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION  
 ASSOCIATION FOR SYMBOLIC LOGIC  
 ASSOCIATION OF STATE SUPERVISORS OF MATHEMATICS  
 ASSOCIATION FOR WOMEN IN MATHEMATICS  
 BENJAMIN BANNEKER ASSOCIATION  
 INSTITUTE FOR OPERATIONS RESEARCH AND THE MANAGEMENT SCIENCES  
 INSTITUTE OF MATHEMATICAL STATISTICS  
 MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA  
 NATIONAL ASSOCIATION OF MATHEMATICIANS  
 NATIONAL COUNCIL OF SUPERVISORS OF MATHEMATICS  
 SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS

**Propósito:** ofrecer una forma de enfocar los currículos

#### **Principios**

preceptos básicos fundamentales para una educación matemática de calidad.

- Principio de *igualdad*: compromiso de matemáticas para todos; tener en cuenta las diferencias; atención a la diversidad; necesidades educativas especiales:

*Tratamiento didáctico unificado y espacio didáctico común + apoyo y tratamiento compensatorio*

- Principio *curricular*: se requiere un currículo bien estructurado para mejorar las matemáticas escolares; debe estar centrado en matemáticas importantes y bien articuladas; el currículo de matemáticas debe estar basado en nociones matemáticas básicas y en experiencias matemáticas con las que se pueda comprobar la utilidad de este conocimiento, juzgar afirmaciones, descubrir falacias, evaluar riesgos, sopesar pruebas, etc. Al mismo tiempo, debe estar bien articulado, es decir, organizados los contenidos, graduadas las dificultades, bien establecidas las relaciones, etc.

- Principio *de enseñanza*: los estudiantes deben tener oportunidades para aprender matemáticas importantes, bajo la guía de profesores competentes y comprometidos; la enseñanza debe partir de lo que los alumnos saben, establecer lo que necesitan saber y ser eficaz para que lo aprendan. Para ello, el profesor debe dominar los conocimientos, conocer a los alumnos, sus errores, etc. y conocer técnicas y procedimientos para evaluar y averiguar lo que los alumnos saben y para conducir al aprendizaje y la comprensión de nuevos conocimientos.

NOTA<sup>1</sup>: La enseñanza se debe basar en:

### **MEDIO RICO EN EXPERIENCIAS MATEMÁTICAS + CLIMA ADECUADO PARA APRENDER**

- Principio *de aprendizaje*: el aprendizaje es la base del diseño y desarrollo curricular. El aprendizaje debe ser:

#### **APRENDIZAJE CON COMPRENSIÓN<sup>2</sup>**

para alcanzar competencias, flexibilidad y capacidad para utilizar y transferir lo aprendido a otros contextos. Aprender con comprensión repercute positivamente en la *autonomía* para aprender y en la *confianza en el propio pensamiento*. Al mismo tiempo, proporciona *autocontrol* sobre el aprendizaje futuro, convencimiento de la importancia de reflexionar sobre las propias ideas y aprender de los errores y sentimiento de logro y buena disposición para seguir trabajando las matemáticas.

- Principio *de evaluación*: la evaluación formativa global (valoración de la enseñanza y el aprendizaje) tiene un papel destacado para apoyar y enriquecer el aprendizaje y proporcionar información útil a profesores y a los propios alumnos; la evaluación y la enseñanza deben estar integradas y proporcionar información a los estudiantes sobre qué clase de conocimiento matemático y qué capacidades se evalúan y son importantes y a los profesores para tomar decisiones apropiadas sobre el diseño y desarrollo curricular. Los alumnos deben poder aprender al ser evaluados. Las técnicas de evaluación deben ser múltiples en atención a la complejidad de los fenómenos educativos: tests, pruebas escritas, preguntas, entrevistas, observación, diarios, cuadernos, etc. Cada tipo sirve fundamentalmente para un propósito evaluador concreto. Sin embargo, cuando la evaluación formativa (la que permite tomar decisiones sobre el desarrollo futuro del proceso didáctico) es adecuada, también sirve para evaluar los logros y el progreso individual de los alumnos (evaluación sumativa).

*La evaluación debe convertirse en el foco principal de la preparación y desarrollo profesional de los profesores*. Sin un conocimiento profundo de las matemáticas, de la educación matemática, de los que los alumnos piensan y de porqué hacen lo que hacen o de una habilidad especial para interpretar la información proveniente de múltiples fuentes, la gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje se encuentra descontrolada y tiene pocas garantías de que exista alguna relación entre objetivos y logros alcanzados. Ya es así incluso en los casos de los profesores más preparados, entre otras cosas debido al desconocimiento existente sobre grandes parcelas del proceso de enseñanza y aprendizaje. En consecuencia, es la preparación en investigación en educación

<sup>1</sup> (González, J. L.)

<sup>2</sup> Ver tema 1 y última parte de este apartado

matemática, la única que puede proporcionar ciertas garantías para una buena docencia en matemáticas, al menos la mejor de las posibles de acuerdo con los conocimientos disponibles (González, J. L.).

- Principio *tecnológico*: la tecnología debe ocupar un lugar como recurso en los programas de enseñanza de las matemáticas.

*La tecnología, las calculadoras y los ordenadores, al igual que otros recursos y materiales didácticos, son herramientas importantes para enseñar, aprender, evaluar y hacer matemáticas. La tecnología enriquece el aprendizaje de las matemáticas y apoya la enseñanza eficaz de las matemáticas.*

**Estándares**

Descripciones acerca de lo que la enseñanza de las matemáticas debería capacitar a los estudiantes para saber y hacer: los objetivos importantes de la educación matemática. Se agrupan en diez bloques no separados en la práctica:

- 5 estándares de Contenidos  
    Números y operaciones, Algebra, Geometría, Medida, y Análisis de datos y probabilidad
- 5 estándares de Procesos  
    Resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación

Cada uno de los diez Estándares propuestos en este documento abarca desde el Prekindergarten hasta el nivel 12.

**Estándares de contenidos**

**Números y Operaciones**

De 3 a 7 años, todos los estudiantes deberían:

<p>Comprender los números, las formas de representados, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• contar con comprensión y darse cuenta de "cuántos hay" en colecciones</li> <li>• de objetos;</li> <li>• utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el</li> <li>• valor posicional y el sistema decimal de numeración;</li> <li>• desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los</li> <li>• números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus</li> <li>• conexiones;</li> <li>• dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera</li> <li>• flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números;</li> <li>• relacionar los nombres de los números y los numerales, con las</li> <li>• cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y</li> <li>• representaciones diversas;</li> <li>• comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como 1/4,</li> <li>• 1/3 Y 1/2.</li> </ul>
<p>Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones;</li> <li>• comprender los efectos de sumar y restar números naturales;</li> <li>• comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales;</li> </ul>

**Álgebra**

<p>Comprender patrones, relaciones y funciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• seleccionar, clasificar y ordenar objetos por el tamaño, la cantidad y otras propiedades;</li> <li>• reconocer, describir y ampliar patrones tales como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos, y pasar de una representación a otra;</li> </ul>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• analizar cómo se generan patrones de repetición y de crecimiento.</li> </ul>
Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ilustrar los principios generales y las propiedades de las operaciones, como la conmutatividad, usando números;</li> <li>• usar representaciones concretas, pictóricas y verbales para desarrollar la comprensión de notaciones simbólicas inventadas y convencionales.</li> </ul>
Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• modelizar situaciones relativas a la adición y sustracción de números naturales, utilizando objetos, dibujos y símbolos.</li> </ul>
Analizar el cambio en contextos diversos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• describir cambios cualitativos, como "ser más alto";</li> <li>• describir cambios cuantitativos, como el aumento de estatura de un alumno en dos pulgadas en un año.</li> </ul>

## Geometría

Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• reconocer, dar nombre, construir, dibujar, comparar y clasificar figuras de dos y tres dimensiones;</li> <li>• describir los atributos y los elementos de figuras de dos y tres dimensiones;</li> <li>• investigar y predecir los resultados de juntar y separar figuras de dos y tres dimensiones.</li> </ul>
Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• describir, dar nombre e interpretar posiciones relativas en el espacio y aplicar ideas sobre posición relativa;</li> <li>• describir, dar nombre e interpretar la dirección y la distancia en los desplazamientos en el espacio y aplicar estas nociones;</li> <li>• encontrar y denominar "lugares" con relaciones simples como "cerca de" y en sistemas de coordenadas tales como mapas.</li> </ul>
Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• reconocer y aplicar traslaciones, reflexiones y giros; . reconocer y crear figuras que tengan simetrías</li> </ul>
Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• crear imágenes mentales de figuras geométricas usando la memoria y la visualización espacial;</li> <li>• reconocer y representar figuras desde diferentes perspectivas;</li> <li>• relacionar ideas geométricas con ideas numéricas y de medida;</li> <li>• reconocer formas y estructuras geométricas en el entorno, y determinar su situación.</li> </ul>

## Medida

Comprender los atributos mensurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida	<ul style="list-style-type: none"> <li>• reconocer los atributos de longitud, volumen, peso, área y tiempo;</li> <li>• comparar y ordenar objetos según estos atributos;</li> <li>• comprender cómo medir utilizando unidades no estándar y estándar; seleccionar un instrumento y una unidad apropiados para el atributo a medir;</li> </ul>
Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• medir utilizando varias copias de unidades del mismo tamaño; por ejemplo, clips colocados uno detrás del otro;</li> <li>• utilizar repetidamente una unidad de medida para medir algo mayor que ésta; por ejemplo, medir el largo de la habitación con una sola cinta métrica de un metro de longitud;</li> <li>• utilizar instrumentos para medir;</li> <li>• desarrollar referentes comunes para medir y para realizar comparaciones y estimaciones.</li> </ul>

## Análisis de datos y Probabilidad

Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger,	<ul style="list-style-type: none"> <li>• proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno;</li> <li>• ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a</li> </ul>
--	---

organizar y presentar datos relevantes para responderlas	aquéllos; • .representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos;
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos	• describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos;
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos	• discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.
Comprender y aplicar conceptos básicos de Probabilidad	

## **Estándares de procesos**

### **Resolución de Problemas**

Construir nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas  
 Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos  
 Aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas  
 Controlar el proceso de resolución de los problemas matemáticos y reflexionar sobre él

la resolución de problemas debería referirse a una variedad de contextos, desde las rutinas diarias a las situaciones matemáticas que surgen de los cuentos.

### **Razonamiento y Demostración**

Reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas  
 Formular e investigar conjeturas matemáticas  
 Desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticos  
 Elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración

La habilidad para razonar sistemática y cuidadosamente se desarrolla cuando se estimula a los alumnos a formular conjeturas, se les da tiempo para que busquen pruebas que las confirmen o refuten, y se espera que expliquen y justifiquen sus ideas

### **Comunicación**

Organizar y consolidar el pensamiento matemático a través de la comunicación;  
 Comunicar el pensamiento matemático con coherencia y claridad  
 Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás  
 Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión

### **Conexiones**

Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas  
 Comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y J" construyen unas sobre otras para producir un todo coherente  
 Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos

Comprender las conexiones elimina las barreras que separan las matemáticas aprendidas en la escuela de las aprendidas en otra parte

Se deberían programar lecciones de modo que las destrezas y los conceptos no se enseñen como tópicos aislados, sino como partes de las experiencias de los alumnos apreciadas, conectadas y útiles

### **Representación**

Crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas  
Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas  
Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos

Representar ideas y conectar las representaciones a las matemáticas constituye el núcleo de la comprensión de éstas. El proceso de conectar diferentes representaciones, incluidas las tecnológicas, profundiza en la comprensión de las matemáticas, debido a las conexiones que se establecen entre las ideas y las formas en que pueden expresarse

### **Nuestra aportación: Laboratorio de Matemáticas; esquema metodológico; resolución de problemas.**

Laboratorio de Matemáticas (documento adjunto)

#### **Un esquema metodológico para la Educación Matemática en los primeros niveles**

**José L. González Marí**

Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Málaga

#### **Fundamentos del esquema**

Algunos de los **supuestos y principios** de los que partimos son los siguientes<sup>3</sup>:

- a).- la mayor parte de lo que se haga en el aula debe tener sentido para los alumnos;
- b).- educar en matemáticas / aprender matemáticas requiere de un proceso constructivo y activo en el que se reduzca a lo indispensable la asimilación pasiva de información y su almacenamiento en fragmentos recuperables como resultado de una práctica y un esfuerzo repetidos.
- c).- Se debe tender siempre a conseguir el mayor nivel posible de comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos;
- d).- se ha de conceder importancia a los conocimientos intuitivos, al hecho de que las matemáticas son el resultado de actividades humanas, a las relaciones entre las matemáticas y la realidad o a valorar la potencialidad de preguntar ¿porqué?;
- e).- la enseñanza de las matemáticas debe procurar alcanzar las siguientes metas generales: una formación matemática básica para todos, un aprendizaje útil para la vida, una igualdad de oportunidades y un electorado informado;
- f).- la educación matemática debe servir para que los alumnos: aprendan a valorar las matemáticas, adquieran confianza en su propio pensamiento, adquieran la capacidad de resolver problemas matemáticos, aprendan a comunicarse matemáticamente, aprendan a razonar matemáticamente y, por último, adquieran un dominio sobre el lenguaje, los conocimientos, las destrezas, técnicas y procedimientos matemáticos como parte de la cultura universal;
- g).- el control-gestión de las actividades escolares en matemáticas, en el sentido de contribuir a la consecución de los fines anteriores, es una de las tareas fundamentales del profesor.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, un planteamiento didáctico completo sobre un tópico /

<sup>3</sup>Extraídos, en parte, de Romberg, T. A. (1991).- Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas. Revista de Educación, núm. 294, págs. 323-406.

contenido matemático elemental con entidad suficiente para abarcar conceptos y procedimientos, significados y representaciones u otros aspectos que vayan más allá de la simple ejercitación, del desarrollo de habilidades, técnicas y destrezas, o de la mera memorización, requiere de un proceso metodológico que al menos contemple:

- dos partes diferenciadas y ordenadas (que denominaremos parte I y parte II)
- cinco tipos de situaciones didácticas / actividades: 1) fenomenológicas socioculturales, 2) manipulativo - representativas, 3) juegos y pasatiempos, 4) validación e institucionalización y 5) consolidación práctica y extensión del conocimiento. Estos cinco tipos de actividades se distribuyen entre las dos partes de la siguiente manera: en la parte I, los tipos 1, 2 y 3; en la parte II, los tipos 4 y 5.

### **Partes del esquema**

**Parte I.-** Trabajo sobre la *comprensión, utilidad y significados* del conocimientos matemático, presentando las siguientes características:

- intención motivadora y de conexión con las experiencias y conocimientos de los alumnos;
- centrado, fundamentalmente, en los aspectos “educativos”, “formativos” y “significativos” del conocimiento matemático “en formación” y “en acción”;
- los protagonistas de la actividad en el aula deben ser los propios alumnos;
- el profesor es protagonista en los momentos “preactivos” (elección de actividades, planificación, organización previa, etc.) y se debe situar en un segundo plano durante el desarrollo en el aula (propone, anima, ayuda, modifica “sobre la marcha” la planificación previa y controla el trabajo y los resultados)<sup>4</sup>.

- para un control-gestión óptimo del proceso, el profesor debe conseguir la “devolución de la responsabilidad” (Brousseau, G., 1986) a los alumnos mediante la elección de las tareas adecuadas y su implementación en el aula, es decir, debe conseguir que los alumnos se interesen por lo que se hace en el aula y se impliquen personalmente en la realización de las tareas, “haciéndolas suyas”.

A esta parte corresponden los tipos de actividades 1, 2 y 3 que se van a exponer en el apartado siguiente.

**Parte II.-** Trabajo sobre la *validación, institucionalización, consolidación, práctica y extensión* del conocimiento matemático, presentando las siguientes características:

- intención “cultural”, “informativa” e “instrumental” del conocimiento matemático acabado;
- se dirige, prioritariamente, al conocimiento matemático como “prueba del conocimiento”; a los aspectos “instructivos” y convencionales del conocimiento matemático, desligados, a veces, de los significados y la comprensión;
- el protagonismo en el aula se centra en el profesor exclusivamente o en el profesor y los alumnos conjuntamente, dependiendo de las tareas;

A esta parte corresponden los tipos de actividades 4 y 5 que se exponen en el apartado siguiente.

El desarrollo del trabajo en el aula debe seguir, con carácter general, el orden establecido para ambas partes, es decir, la parte I debe preceder a la parte II. Este criterio se puede ignorar en algunos casos particulares, como por ejemplo si lo que se pretende es trabajar aspectos aislados, memorísticos o repetitivos, o se puede flexibilizar, intercalando actividades de la segunda parte con actividades de la primera cuando el desarrollo del trabajo así lo aconseje. Quizá sea este el procedimiento más adecuado, si bien no conocemos experiencias específicas orientadas a comprobar la viabilidad e idoneidad de estos aspectos metodológicos. En consecuencia consideraremos correcta la indicación general y, en caso necesario, cualquier planteamiento mixto en relación con la parte II.

### **Tipos de actividades o situaciones didácticas: características y orientaciones**

#### **1.- Situaciones fenomenológicas socioculturales**

Al margen de las limitaciones impuestas por las condiciones físicas, temporales, etc. del trabajo escolar, a las que será necesario adaptar cualquier planteamiento, estas situaciones / actividades se caracterizan por:

- *tener un contenido y una finalidad cotidianos y familiares* para el alumno (Ejemplos: tareas relacionadas con diferentes trabajos, con lo que es común en la vida familiar diaria, con lo que despierta la curiosidad de los niños en ambientes extraescolares o con situaciones relacionadas con momentos de ocio (el cine, las colecciones, el ahorro, las compras, etc.); etc.);

<sup>4</sup>Dos tipos de protagonismos que deben caracterizar el trabajo docente y la dirección a seguir en la formación profesional del futuro profesor.



- *dotar de pleno sentido común al conocimiento* que se esté tratando. Los conceptos y procedimientos matemáticos “funcionan” en un conjunto de fenómenos, situaciones y problemas a los que dan respuesta y de los que adquieren sus significados. Una parte importante de la fenomenología de los conocimientos matemáticos elementales se encuentra en las actividades y experiencias relacionadas con la cantidad, la medida y la forma, presentes en multitud de tareas de la vida cotidiana. El profesor deberá tener especial cuidado en “dirigir” las actividades, sin que los alumnos tengan que percatarse de ello, hacia los aspectos de las situaciones que sean potencialmente educativos en matemáticas; en ocasiones, dado el carácter global de este tipo de situaciones, no es posible evitar que surjan facetas (lingüísticas, lúdicas, etc.) ajenas a los intereses didácticos, que habrá que reconducir en el sentido indicado;

- *ser una invitación a la realización de actividades plenamente justificadas, desde el punto de vista del alumno, por la propia situación (motivación intrínseca)* y no por el capricho o la imposición de los programas o del profesor (motivación extrínseca); por ejemplo: si un alumno está repartiendo material y quiere que todos tengan la misma cantidad, tendrá necesidad de comparar, contar, operar, etc. sin necesidad de que nadie le “obligue” a hacerlo; el profesor podrá sugerir, proponer, ayudar, etc. y, sobre todo, aprovechar el interés de los alumnos;

- conceder un status especial, que podemos llamar “natural” o “instrumental”, al conocimiento matemático, es decir, hacer intervenir *el conocimiento como un medio* para conseguir unos fines generales (repartir, construir, jugar, etc.) y no como un fin en sí mismos (contar, sumar, calcular, etc.).

- ser lo suficientemente *cercanas / familiares* al alumno o, en su defecto, lo suficientemente *motivadoras* (adaptadas a la edad, interés y características socioculturales y cognitivas de los alumnos) para que: a) se consiga la implicación personal de los alumnos, b) sirvan de marco y de punto de partida para una labor didáctica fructífera, lo que significa que sean útiles para que los alumnos exploren aspectos desconocidos y aprendan cosas nuevas sirviendo posteriormente de punto de referencia para otras actividades y c) se pueda establecer un “puente” o nexo de unión entre lo que el alumno ya sabe y lo que tiene que aprender, entre la realidad cotidiana y la realidad del aula, entre los conocimientos “que sirven para vivir” y los conocimientos escolares.

- servir de *vehículo o soporte de problemas matemáticos “contextualizados”* que aparecen a lo largo del desarrollo de las actividades y cuya resolución permite alcanzar las metas generales de los alumnos (problemas que son diferentes, por su justificación y significación, de los problemas de enunciado verbal propios de los libros de texto y que se incluyen en las situaciones de tipo 5).

#### Notas sobre la preparación previa a la intervención

- una vez elegida una situación fenomenológica es importante y difícil resolver las siguientes cuestiones: ¿cómo empezar?; ¿qué sería conveniente que hicieran los alumnos?; ¿cómo plantear la situación para no desvirtuar las características deseables de la misma?; ¿que problemas pueden surgir en el desarrollo de las actividades?; ¿cómo conseguir que las actividades estén justificadas por sí solas desde el punto de vista de los alumnos?; ¿cuál es la finalidad de la actividad desde el punto de vista del profesor y cuál desde el punto de vista del alumno? (distinción muy importante);

- preveer el material necesario y disponer de situaciones alternativas.

- además de la observación del entorno más cercano a los niños y de un análisis de sus intereses, se puede encontrar información dispersa sobre este tipo de situaciones a través de la bibliografía de Didáctica de la Matemática y de los libros de texto de algunas editoriales, que incluyen, al comienzo de cada tópico o unidad, ejemplos motivadores que pueden servir de base para la realización de actividades de este tipo. Una publicación que trata extensamente una parte de estos aspectos es Freudhental, H. (1983).

#### Notas sobre la implementación y desarrollo en el aula de este tipo de situaciones

- si la situación no interesa especialmente a los alumnos, se deben probar situaciones alternativas, revisar los planteamientos e indagar sobre los intereses de los alumnos;

- una vez conseguida la motivación inicial y la justificación natural del trabajo, se puede realizar una planificación del mismo como continuación en varios días o sesiones según el horario escolar;

- durante el desarrollo del trabajo pueden surgir nuevas tareas que se deben aprovechar en el mismo sentido indicado.

A diferencia de las situaciones didácticas de este tipo, que están sujetas a unas condiciones y admiten un desarrollo a medio y largo plazo, las dos situaciones siguientes (2 (manipulación) y 3 (juegos)) admiten un tratamiento puntual sin necesidad de ninguna justificación añadida desde el punto de vista del alumno, pueden

ocupar momentos determinados previstos en una programación general del trabajo y se puede hacer una fragmentación en tareas puntuales que son, por sí mismas, motivadoras.

## **2.- Situaciones manipulativo-representativas (material didáctico)**

Además de los aspectos generales ya señalados para la parte I y para las situaciones del tipo 1, nos encontramos ante un nuevo tipo de situaciones didácticas que se caracterizan por:

- estar centradas en un *soporte físico concreto (material didáctico) y manipulable*, individualmente o en grupo, por los alumnos (construcciones, puzzles, cantidades de garbanzos, tiras de papel, instrumentos de dibujo, ábacos, bloques, etc.). Estos soportes reciben el nombre de materiales didácticos estructurados si están destinados expresamente a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas;

- ser un *medio para el desarrollo potencial de contenidos matemáticos* a través de la manipulación del material en la dirección adecuada. No toda manipulación lleva, necesariamente, a aprendizajes matemáticos; el profesor debe decidir la orientación de las actividades para que el uso del material sea realmente útil;

- completar la comprensión utilitaria del conocimiento matemático intuitivo y contextualizado, implícito en las situaciones del tipo 1, con una *comprensión significativa y personal sobre un soporte físico*;

- proporcionar *modelos concretos del conocimiento* que sean susceptibles de utilización posterior, tanto a nivel cognitivo, por parte de los alumnos, como a nivel didáctico por parte del profesor;

- Carecer de una justificación externa, explícita y natural ante los alumnos al margen de ser “tareas que se realizan en el aula” o, por decirlo de otro modo, ser situaciones específicas del trabajo escolar que es necesario realizar con frecuencia; por el contrario deben poseer una justificación “interna”, es decir, ser lo suficientemente motivadoras para que el alumno se implique personalmente en ellas por el simple atractivo de la manipulación y/o por el mero interés en resolver los retos que surgen en el desarrollo de las actividades.

### Notas sobre la preparación previa a la intervención

- preveer el material necesario para unas condiciones óptimas de trabajo; en el caso de que este sea insuficiente y no sea posible su sustitución por otro más asequible y con su misma estructura es necesario adaptar las actividades al trabajo en grupos más numerosos;

- la primera vez que se utiliza un material que los alumnos no conocen es conveniente preparar el desarrollo de unas actividades de toma de contacto con el mismo. Estas actividades previas deben terminar cuando los alumnos tengan el conocimiento mínimo necesario para realizar las actividades para las que se ha previsto el uso del material;

- en algunos casos es deseable que el material sea elaborado previamente por los propios alumnos; en tal caso se debe preparar el material básico necesario así como el procedimiento que se va a desarrollar en clase; el profesor debe considerar este tipo de actividades de elaboración de material como situaciones didácticas y prepararlas para aprovechar al máximo su potencialidad educativa;

- es necesario tener siempre presente que las cualidades educativas del material se encuentran en su manipulación por los alumnos. Cualquier otro uso por parte del profesor se debe limitar a lo estrictamente necesario para introducir, ayudar, resolver dudas o proponer actividades; la explicación, por parte del profesor, de conocimientos matemáticos con la ayuda del material sólo es útil en edades avanzadas y como un recurso adicional para resolver dudas e ilustrar la explicación.

- la preparación previa requiere, como aspecto fundamental, distinguir claramente entre “lo que queremos que hagan-aprendan los alumnos desde el punto de vista matemático” (finalidad del profesor o finalidad implícita de la actividad) y “lo que les vamos a pedir que hagan con el material” (finalidad del alumno o finalidad que se ha de formular explícitamente); esto último debe ser claro, sencillo y directo y no tiene por qué coincidir con lo primero; que duda cabe de que lo difícil es buscar las mejores y más sencillamente formuladas “actividades de los alumnos” para conseguir los objetivos propuestos.

Las situaciones con material didáctico se pueden encontrar difuminadas a través de los libros de la colección Síntesis; es de destacar el libro número 34 de dicha colección sobre “recursos en el aula de matemáticas” (Hernán, F., 1988).

### Notas sobre la implementación y desarrollo en el aula de este tipo de situaciones

- puede resultar difícil controlar las actividades de este tipo. Para ello puede ser eficaz: organizar el trabajo en pequeños grupos y utilizar simultáneamente hojas de respuestas o de registro a las que los alumnos deben trasladar lo que hacen o sus resultados en forma de dibujos, otras representaciones o respuestas a cuestiones concretas sobre la manipulación;

- dos aspectos importantes a tener en cuenta son: los alumnos se deben acostumbrar a guardar y colocar el

material después de su utilización, actividad que también puede ser educativa desde el punto de vista matemático; por otra parte es necesario evitar, dentro de lo posible, que las actividades degeneren en meras actividades lúdicas fuera de control, pudiéndose reservar para espacios destinados al “juego libre”.

### **3.- Situaciones lúdicas (Juegos y pasatiempos)**

Son situaciones / actividades que se deben caracterizar por:

- la intervención de reglas, turnos de juego, intercambio de información y puntos de vista entre los alumnos y otros aspectos socializadores (comunicación, colaboración, etc.);
- ser susceptibles de control desde un punto de vista didáctico; el juego individual, a excepción de aquéllos en los que se puede ver fácilmente el resultado (puzzles, encajes, construcción, pasatiempos escritos, etc.), no se considera dentro de este tipo de situaciones didácticas, a pesar de su potencialidad educativa, por la dificultad que supone su control en un aula normal;
- su “normalidad” en la clase de matemáticas, es decir, el profesor debe conseguir que los alumnos lleguen a considerar los juegos y pasatiempos como actividades escolares usuales, procurando que no se pierda el interés por las mismas y que no se conviertan en actividades rutinarias; respetar y favorecer el carácter lúdico natural de este tipo de actividades es una garantía para salvaguardar las condiciones señaladas.

Notas sobre la preparación previa a la intervención

- el juego individual debe ser controlable didácticamente (que se puedan apreciar fácilmente tanto la evolución como los resultados, a ser posible sin una excesiva atención individualizada);
- el juego de grupo requiere, entre otras cosas, que las reglas sean claras y que el juego termine dentro de un tiempo prudencial; el profesor deberá estimar previamente la duración del juego;
- los juegos "tradicionales" (cartas, parchís, etc.) y sus posibles variaciones introducidas por el profesor pueden ser muy útiles para la comprensión y el dominio de determinados conocimientos y destrezas matemáticas elementales;
- en cualquier caso se ha de tener en cuenta que los contenidos matemáticos que se pretenden trabajar deben ser fundamentales para el desarrollo del juego, es decir, que para jugar bien sea necesario aplicar, al menos a nivel intuitivo, el conocimiento matemático o las destrezas que constituyen el fundamento de la situación didáctica, lo que no quiere decir que no se empleen, además, otros conocimientos o estrategias;
- es conveniente disponer de pasatiempos de varios niveles de dificultad.

Existe una extensa bibliografía sobre juegos y pasatiempos matemáticos, de la que destacamos Fernández, J.; Rodríguez, M. I. (1989), Corbalán, F. (1994) y las obras de los autores Gardner, M. y Guzmán, M., algunas de las cuales se citan en la bibliografía.

Notas sobre la implementación y desarrollo en el aula de este tipo de situaciones

- una de las tareas previas más importantes del profesor es la de enseñar a jugar en grupo a los alumnos (respetar turnos, estar atentos, seguir el juego, etc.). Se trata de un aspecto crucial que puede llevar bastante tiempo y que se debe abordar cuanto antes (en los primeros cursos de Primaria);
- en los juegos de grupo se debe tender siempre a que sean los propios participantes los que controlen el desarrollo del juego; el papel del profesor se debería limitar a resolver situaciones conflictivas, hacer preguntas que hagan pensar a los alumnos sobre el juego y dar sugerencias ocasionales sobre posibles estrategias alternativas.

Los dos tipos de situaciones siguientes son esencialmente diferentes a los anteriores. Con ellos pasamos del conocimiento matemático intuitivo, “en acción”, de la parte I, a otros aspectos más formales, aunque no por ello menos importantes, que completan la formación matemática de los alumnos. Nos referimos, en concreto, a todas aquellas situaciones didácticas consideradas tradicionalmente como actividades escolares en matemáticas (ejercicios, problemas de enunciado verbal y explicaciones del profesor).

### **4.- Situaciones de validación e institucionalización**

Una parte importante del conocimiento matemático tiene que ver con su faceta de “conocimiento socialmente compartido”, “arbitrario”, “consensuado”, “prueba del conocimiento” y “producto público” con una trayectoria histórica y una carga sociocultural importante. Desde este punto de vista, los términos matemáticos usuales (signos, palabras, etc.), las diferentes formas de representación del conocimiento matemático (tipos de gráficos, tipos de escritura, formas de expresar los razonamientos, etc.), las definiciones y proposiciones y la información complementaria (histórica, entre otras), que atienden al punto de vista cultural, histórico o de las aplicaciones científicas y cotidianas del conocimiento matemático, constituyen elementos fundamentales para la comunicación, la formación cultural, la interpretación y comprensión de la información matemática, tanto

elemental como avanzada, el acercamiento al conocimiento de los científicos y matemáticos profesionales y, como consecuencia, a la creación, desarrollo, transmisión y crítica del conocimiento matemático, científico y técnico.

Estos aspectos formales, representacionales y culturales del conocimiento matemático, sobrevalorados en la enseñanza usual en detrimento de los aspectos implícitos en las actividades de la parte I (semánticos, constructivos, significativos), deben tener un espacio adecuado en los procesos de enseñanza-aprendizaje mediante situaciones didácticas dirigidas específicamente a “validar” e “institucionalizar” el conocimiento “en acción” trabajado en la primera parte.

Las situaciones didácticas de este tipo se deben caracterizar por:

- la intervención decisiva del profesor como autoridad en la materia que “transmite” a los alumnos este tipo de conocimientos o certifica su validez; tarea que puede ser sustituida en ocasiones por el libro de texto y que a veces se debe intercalar entre las situaciones didácticas de la parte I (Ejemplo: después de una actividad de repartir el profesor puede conectar la tarea con los aspectos formales de la división, haciendo alusión al signo y sus distintas formas de representación, explicando los diferentes elementos así como la terminología usual, poniendo ejemplos “numéricos” relacionados con la actividad realizada, etc.);

- estar supeditadas, normalmente, a lo que se haga en las actividades de la parte I; se suele decir que este tipo de conocimientos debe ser un **vehículo para las ideas**, ya que, en caso contrario, ¿de qué serviría, por ejemplo, conocer los nombres de los polígonos regulares o los tipos de ángulos sin tener ninguna idea sobre los mismos o sin disponer de un contenido o significado que dar a dichos nombres?. Esta dependencia del conocimiento significativo de la parte I aconseja, con carácter general, que dicho conocimiento sea anterior a este en el desarrollo didáctico, si bien ambos pueden ser simultáneos al igual que ocurre en el aprendizaje natural de la lengua; bien es verdad que, aunque no es aconsejable, no supone ninguna tragedia adelantar palabras, términos o definiciones matemáticas sin ningún tipo de comprensión sobre sus significados (como se suele hacer con los signos numéricos y la secuencia verbal numérica apelando a su familiaridad y a la existencia de relaciones intuitivas con la cantidad), a condición de no abusar de esta práctica y de “llenar” cuanto antes de contenido/comprensión a dichas palabras, términos y representaciones;

- En el caso de las explicaciones por parte del profesor: a) es conveniente que se produzcan en el momento oportuno, es decir, durante el desarrollo de las situaciones didácticas en las que intervenga el conocimiento correspondiente, o bien al hilo de algún trabajo realizado recientemente; b) es conveniente que vengán a satisfacer la demanda de los alumnos, que el profesor deberá detectar, a veces, mediante la observación de las tareas, la constatación de errores cometidos por la mayoría de los alumnos, etc.;

- la lentitud en la consecución de resultados. No se debe esperar que los alumnos utilicen espontánea y rápidamente la terminología, el lenguaje matemático, etc.; la familiaridad con esta faceta del conocimiento matemático vendrá mediante la repetición en contextos significativos, la ejercitación, la comunicación y la aplicación del mismo; mientras tanto será normal que el alumno utilice “sus propias palabras”.

Los principales aspectos sobre la preparación previa a la intervención y la implementación y desarrollo en el aula de este tipo de situaciones se deducen de las características anteriormente señaladas, a las que añadiremos lo siguiente:

- el profesor debe disponer de información complementaria y de un conocimiento más completo que el que aparece en los libros de texto; para ello puede consultar las publicaciones sobre Historia de la Matemática y sobre Matemáticas generales, siendo muy útiles los libros del profesor de diferentes editoriales o los textos de niveles superiores para conocer también las conexiones con dichos niveles;

- es aconsejable, siempre que sea posible, evitar dar una explicación sobre algo que los alumnos puedan aprender por medio de su propia actividad; es un error pensar en el ahorro de tiempo justificado por necesidades del currículum, ya que lo que se ahorra por un lado, desde el punto de vista del profesor y de la institución, se pierde por otro desde el punto de vista del aprendizaje del alumno;

##### **5.- Situaciones de consolidación, práctica y extensión del conocimiento**

Como en toda actividad humana la práctica permite completar, consolidar y mejorar la calidad o el dominio de un conocimiento, una técnica, una destreza o una capacidad. En la Educación Matemática elemental existen numerosos aspectos relativos a las competencias matemáticas de los sujetos que requieren de un cierto entrenamiento, instrucción o “ejercicio” por diversos motivos: ahorro de tiempo y esfuerzo, existencia de situaciones que demandan respuestas inmediatas, agilidad mental, automatización de los aspectos mecánicos para liberar la mente y poder pensar sobre otros aspectos más interesantes o importantes, etc.; este es el caso,

por ejemplo, de los algoritmos de las operaciones aritméticas elementales, de la memorización de hechos, fórmulas, tablas y procesos, de las destrezas sobre cálculo mental, cálculo aproximado, estimación, etc.. Por otra parte el conocimiento matemático, para que sea completo, requiere, por un lado, de una amplia gama de experiencias en contextos diferentes, y por otro, de situaciones que pongan de manifiesto las relaciones con otros conocimientos matemáticos; en ambos casos la **“resolución de problemas de enunciado verbal”**, además de familiarizar al alumno con el contexto usual de trabajo en matemáticas (lápiz y papel), resulta una herramienta didáctica cómoda y versátil que puede venir a cubrir las necesidades anteriores.

En relación con estos dos tipos de actividades / situaciones didácticas (ejercicios y problemas) hemos de hacer, además, las siguientes consideraciones:

- es fundamental distinguir en Didáctica de la Matemática entre ejercicio y problema; se trata de dos actividades radicalmente diferentes desde el punto de vista del aprendizaje y que deben ser separadas y consideradas como diferentes por parte del profesor. Las principales diferencias son las siguientes: **a)**- desde el punto de vista del alumno, en el hecho de que éste disponga (ejercicio) o no (problema) de un procedimiento conocido para culminar con éxito la tarea; **b)**- desde el punto de vista del profesor, en las finalidades de ambas tareas, las cuales se deducen de los propios significados de las palabras utilizadas, es decir, “ejercicio” (ejercitar, practicar, repetir, etc.) y “problema” (pensar, probar, esquematizar, elaborar estrategias, trazar un plan de resolución, valorar la coherencia de las soluciones, etc.).

- es importante tener en cuenta que la resolución de problemas de matemáticas (tanto verbales como no verbales) es un campo privilegiado de actividades para la **evaluación** de los aprendizajes; no olvidemos que si una tarea cumple las condiciones para ser un verdadero problema su resolución con éxito avala no sólo el dominio de los conocimientos matemáticos empleados (consolidación) sino, lo que es más importante, el verdadero aprendizaje de dichos conocimientos, que se pone de manifiesto mediante su *aplicación a situaciones nuevas* y su relación con otros conocimientos (extensión); la evaluación de los aprendizajes en matemáticas, considerada en su sentido tradicional (logros del alumno interpretados a la luz del paradigma proceso - producto), se puede llevar a cabo, por tanto, mediante la observación del comportamiento en situaciones didácticas del tipo que estamos tratando (ejercicios y problemas de enunciado verbal) y mediante la resolución de problemas contextualizados implícitos en las situaciones 1, 2 y 3. No obstante, teniendo en cuenta que las técnicas y destrezas son instrumentos a aplicar en la resolución de todo tipo de problemas, se podría restringir la evaluación de logros a la observación (continua y/o puntual) del comportamiento de los alumnos ante la resolución de problemas de los diversos tipos planteados, es decir, contextualizados (tipo 1), manipulativos (tipo 2), lúdicos (tipo 3) y de enunciado verbal (tipo 5). Esta valoración es un ingrediente importante para la evaluación en su sentido más general.

### Referencias

- Brousseau, G., (1986).- Theorisation des phénomènes d’enseignement des mathématiques. Thèse d’Etat. Bordeaux.
- Corbalán, F. (1994).- Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Madrid: Síntesis
- Fernández, J.; Rodríguez, M. I. (1989).- Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la Matemática elemental. Madrid: Síntesis.
- Gardner, M. (1982).- Nuevos pasatiempos matemáticos. Madrid: Alianza Editorial.
- Gardner, M. (1983).- Circo matemático. Madrid: Alianza Editorial.
- González Marí, J. L. (1995).- El campo conceptual de los números naturales relativos (tesis doctoral). Versión microfilmada. SPICUM Universidad de Málaga.
- Guzmán, M. (1986).- Aventuras Matemáticas. Madrid: Labor
- Hernán, F. (1988).- Recursos en el aula de matemáticas. Madrid: Síntesis.
- Romberg, T. A. (1991).- Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas. Revista de Educación, núm. 294, págs. 323-406.

## Diapositivas

### Algunos principios

- a).- lo que se hace en el aula debe **tener sentido** para los alumnos (todo el que se pueda);
- b).- el proceso debe ser **constructivo y activo** (**Arcaví**);
- c).- mínima asimilación pasiva y almacenamiento en fragmentos recuperables como resultado de una práctica y un esfuerzo repetidos;
- d).- se ha de conseguir el mayor nivel posible de **comprensión**;
- e).- importancia a los **conocimientos intuitivos**, a que las matemáticas son el resultado de actividades humanas, a las relaciones entre las matemáticas y la realidad, a la distinción entre **medio y fin** (caja 1), entre conocimiento y “prueba del conocimiento” o a valorar la potencialidad de preguntar ¿porqué? (caja 2);
- f).- metas generales: formación matemática básica para todos, aprendizaje útil para la vida, igualdad de oportunidades y electorado informado (autonomía, legado, ayuda, etc.);
- g).- los alumnos deben: aprender a **valorar las matemáticas**, adquirir **confianza en su propio pensamiento**, adquirir la **capacidad de resolver problemas** matemáticos, aprender a **razonar y comunicarse matemáticamente** y adquirir un dominio sobre el lenguaje, los conocimientos, las destrezas, técnicas y procedimientos matemáticos como parte de la cultura universal;
- h).- tarea fundamental del profesor: **proponer y gestionar** las actividades en el sentido de contribuir a la consecución de los fines anteriores.

### Resumiendo

- situaciones para pensar
- el alumno es el protagonista activo
- indagación, experimentación, investigación, . .
- conocimiento significativo y relevante
- autonomía intelectual
- confianza en el propio pensamiento
- capacidad crítica
- capacidad de análisis y síntesis
- aprender a razonar
- intercambio social de significados y conocimientos
- el conocimiento como medio y no como fin
- comprensión

### Estructura

- dos partes diferenciadas y ordenadas
  
- cinco tipos de situaciones didácticas / actividades:
  - 1) fenomenológicas socioculturales,
  - 2) manipulativo - representativas,
  - 3) juegos y pasatiempos,
  - 4) validación e institucionalización,
  - 5) consolidación, práctica y extensión del conocimiento.

**Parte I.-** Trabajo sobre la comprensión, utilidad y significados del conocimientos matemático mediante los tipos de actividades:

- 1) fenomenológicas socioculturales,
- 2) manipulativo - representativas,
- 3) juegos y pasatiempos,

**Parte II.-** Trabajo sobre la validación, institucionalización, consolidación, práctica y extensión del conocimiento matemático mediante los tipos de actividades:

- 4) validación e institucionalización,
- 5) consolidación, práctica y extensión del conocimiento.

**Características Parte I**

*(comprensión, utilidad y significados)*

- motivación y conexión con experiencias y conocimientos;
- centrado en los aspectos "educativos", "formativos" y "significativos" del conocimiento matemático "en formación" y "en acción";
- los protagonistas de la actividad deben ser los propios alumnos;

**Características Parte I (continuación)**

- el profesor es protagonista en los momentos "preactivos" (elección de actividades, planificación, organización previa, etc.) y se debe situar en un segundo plano durante el desarrollo en el aula (propone, anima, ayuda, modifica "sobre la marcha" la planificación previa y controla el trabajo y los resultados);
- el profesor debe conseguir la "**devolución de la responsabilidad**" a los alumnos mediante la elección de las tareas adecuadas y su implementación en el aula, es decir, debe conseguir que los alumnos se interesen por lo que se hace y se impliquen personalmente en la realización de las tareas, "haciéndolas suyas".

**Características Parte II**

*(validación, institucionalización, consolidación, práctica y extensión)*

- intención "cultural", "informativa" e "instrumental";
- se dirige, prioritariamente, al conocimiento matemático como "prueba del conocimiento"; a los aspectos "instructivos" y convencionales del conocimiento, desligados a veces de los significados y la comprensión;
- el protagonismo en el aula se centra en el profesor exclusivamente o en el profesor y los alumnos conjuntamente, dependiendo de las tareas;



**1.- Situaciones fenomenológicas socioculturales**

- \* tienen un contenido y finalidad cotidianos y familiares para el alumno;
- \* dotan de pleno sentido común al conocimiento que se esté tratando;
- \* deben ser actividades justificadas por la propia situación (motivación intrínseca) y no por el capricho o la imposición de los programas o del profesor (motivación extrínseca);
- \* el conocimiento matemático es un medio “natural” o “instrumental” para conseguir unos fines (repartir, construir, jugar, etc.) y no un fin en sí mismo (contar, sumar, calcular, etc.);

**1.- Situaciones fenomenológicas socioculturales**

- \* deben ser lo suficientemente *cercanas / familiares* o lo suficientemente *motivadoras* para que:
  - a) se consiga la implicación personal de los alumnos;
  - b) sirvan de punto de partida para una labor didáctica;
  - c) se pueda establecer un “puente” o nexo de unión entre lo que el alumno ya sabe y lo que debe aprender, entre la realidad cotidiana y la realidad del aula, entre los conocimientos “que sirven para vivir” y los conocimientos escolares;
- \* son vehículo o soporte de problemas matemáticos “contextualizados”, cuya resolución permite alcanzar las metas generales de los alumnos (problemas que son diferentes, por su justificación y significación, de los problemas de enunciado verbal propios de los libros de texto y que se incluyen en las situaciones de tipo 5).

**2.- Situaciones manipulativo-representativas (material didáctico)**

- \* están centradas en un soporte físico concreto y manipulable;
- \* deben ser un medio para el desarrollo potencial de contenidos matemáticos a través de la manipulación del material en la dirección adecuada. No toda manipulación lleva, necesariamente, a aprendizajes matemáticos; el profesor debe decidir la orientación de las actividades para que el uso del material sea útil;
- \* deben completar la comprensión utilitaria del conocimiento matemático intuitivo y contextualizado, implícito en las situaciones del tipo 1, con una comprensión significativa y personal sobre un soporte físico;

**2.- Situaciones manipulativo-representativas (material didáctico)**

\* deben proporcionar *modelos concretos del conocimiento* que sean susceptibles de utilización posterior, tanto a nivel cognitivo, por parte de los alumnos, como a nivel didáctico por parte del profesor;

\* deben carecer de una justificación externa, explícita y natural ante los alumnos: son “tareas que es necesario realizar en el aula” sin explicaciones añadidas; por el contrario *deben poseer una justificación “interna”*, es decir, ser lo suficientemente motivadoras para que el alumno se implique personalmente por el simple atractivo de la manipulación y/o por el mero interés en resolver los retos que surgen en el desarrollo de las actividades.

**2.- Situaciones manipulativo-representativas (material didáctico)**preparación previa a la intervención

- preparar el material y las actividades de toma de contacto, que deben terminar cuando los alumnos tengan el conocimiento mínimo necesario;
- a veces es didácticamente útil que el material sea elaborado previamente por los propios alumnos;
- es necesario tener siempre presente que las cualidades educativas del material se encuentran en su manipulación por los alumnos y no en su uso por parte del profesor;
- hay que distinguir claramente entre “lo que queremos que hagan-aprendan los alumnos desde el punto de vista matemático” (finalidad del profesor o finalidad implícita de la actividad) y “lo que les vamos a pedir que hagan con el material” (finalidad del alumno o finalidad explícita).

**2.- Situaciones manipulativo-representativas (material didáctico)**implementación y desarrollo en el aula

- hay que acostumbrar a los alumnos a trabajar frecuentemente con el material;
- es difícil controlar las actividades de este tipo. Para ello puede ser eficaz: organizar el trabajo en pequeños grupos y utilizar simultáneamente hojas de respuestas o de registro a las que los alumnos deben trasladar lo que hacen en forma de dibujos, otras representaciones o respuestas a cuestiones concretas;
- los alumnos se deben acostumbrar a guardar y colocar el material después de su utilización, actividad educativa desde el punto de vista matemático;
- es fácil que las actividades degeneren en meras actividades lúdicas fuera de control; el profesor deberá estar atento para reconducir o modificar las actividades, estableciendo, si es necesario, espacios destinados al “juego libre” con el material.

**3.- Situaciones lúdicas (Juegos y pasatiempos)**

- intervienen **reglas, turnos de juego, desenlace, intercambio** de información y otros **aspectos socializadores** (colaboración, puntos de vista etc.);
- deben ser susceptibles de **control didáctico** (que se pueda apreciar la evolución y los resultados sin una excesiva atención individualizada); el juego individual privado, a excepción de aquéllos en los que se puede ver el resultado (puzzles, encajes, construcción, pasatiempos, etc.), suele escapar a dicho control;
- deben ser actividades "**normales**", procurando evitar que se conviertan en actividades rutinarias; es necesario respetar y favorecer el carácter lúdico natural de este tipo de actividades.

**3.- Situaciones lúdicas (Juegos y pasatiempos)****preparación previa a la intervención**

- el **juego de grupo requiere, entre otras cosas, que las reglas sean claras y que finalice dentro de un tiempo prudencial** (hay que estimar la duración);
- los **juegos "tradicionales"** (cartas, parchís, etc.) y sus **variaciones pueden ser útiles para la comprensión y el dominio de conocimientos y destrezas matemáticas**;
- los **contenidos matemáticos que se pretenden trabajar deben ser fundamentales para el desarrollo del juego, lo que no quiere decir que no se empleen, además, otros conocimientos o estrategias**;
- es **conveniente disponer de pasatiempos de varios niveles de dificultad**.

**3.- Situaciones lúdicas (Juegos y pasatiempos)****implementación y desarrollo en el aula**

- el profesor debe **enseñar a jugar** en grupo a los alumnos (respetar turnos, estar atentos, seguir el juego, etc.). Es un aspecto crucial que puede llevar bastante tiempo y que se debe abordar cuanto antes (en los primeros cursos de Primaria);
- el **desarrollo del juego debe estar controlado por los participantes**; el profesor se debe limitar a resolver situaciones conflictivas, hacer preguntas que hagan pensar a los alumnos y dar sugerencias sobre posibles estrategias alternativas.

**4.- Situaciones de validación e institucionalización**

- involucran la enseñanza y el aprendizaje de los términos matemáticos usuales (signos, palabras, etc.), las diferentes formas de representación del conocimiento matemático (tipos de gráficos, tipos de escritura, formas de expresar los razonamientos, etc.), las definiciones y proposiciones y la información complementaria (histórica, entre otras);
- se orientan a “validar” e “institucionalizar” el conocimiento “en acción” trabajado en la primera parte;
- requieren la intervención del profesor como autoridad en la materia que “transmite” a los alumnos este tipo de conocimientos o certifica su validez; tarea que puede ser sustituida por el libro de texto y que con frecuencia se debe intercalar entre las situaciones didácticas de la parte I;

**4.- Situaciones de validación e institucionalización**

- deben estar supeditadas a lo que se haga en las actividades de la parte I y al conocimiento significativo generado en ellas; a veces, los dos tipos de conocimientos pueden ser simultáneos o este segundo adelantarse al primero;
- las explicaciones del profesor: a) en el momento oportuno; b) orientadas a satisfacer la demanda de los alumnos;
- es normal la lentitud en la consecución de resultados y que el alumno tienda a utilizar "sus propias palabras" y definiciones;

**4.- Situaciones de validación e institucionalización  
preparación previa a la intervención e implementación y  
desarrollo en el aula**

- el profesor debe disponer de información complementaria y de un conocimiento más completo que el que aparece en los libros de texto; son útiles los libros del profesor de diferentes editoriales o los textos de niveles superiores para conocer también las conexiones con dichos niveles;
- es aconsejable evitar dar una explicación sobre algo que los alumnos puedan aprender por medio de su propia actividad; es un error pensar en el ahorro de tiempo justificado por necesidades del currículum;

**5.- Situaciones de consolidación, práctica y extensión del conocimiento****entrenamiento, instrucción o “ejercicio”**

ahorro de tiempo y esfuerzo, existencia de situaciones que demandan respuestas inmediatas, agilidad mental, automatización de los aspectos mecánicos para liberar la mente y poder pensar sobre otros aspectos más interesantes o importantes, etc.;

**“resolución de problemas de enunciado verbal”**

experiencias en contextos diferentes y relaciones con otros conocimientos matemáticos; familiarizar al alumno con el contexto usual de trabajo en matemáticas.

**5.- Situaciones de consolidación, práctica y extensión del conocimiento****Distinción entre ejercicio y problema**

Actividades radicalmente diferentes desde el punto de vista del aprendizaje. Las principales diferencias son:

- a).- desde el punto de vista del alumno, en el hecho de que éste disponga (ejercicio) o no (problema) de un procedimiento conocido para culminar con éxito la tarea;
- b).- desde el punto de vista del profesor, en las finalidades de ambas tareas, las cuales se deducen de los propios significados de las palabras utilizadas, es decir, “ejercicio” (ejercitar, practicar, repetir, etc.) y “problema” (pensar, probar, esquematizar, elaborar estrategias, trazar un plan de resolución, valorar la coherencia de las soluciones, etc.).

**5.- Situaciones de consolidación, práctica y extensión del conocimiento****Distinción entre ejercicio y problema**

Actividades radicalmente diferentes desde el punto de vista del aprendizaje. Las principales diferencias son:

- a).- desde el punto de vista del alumno, en el hecho de que éste disponga (ejercicio) o no (problema) de un procedimiento conocido para culminar con éxito la tarea;
- b).- desde el punto de vista del profesor, en las finalidades de ambas tareas, las cuales se deducen de los propios significados de las palabras utilizadas, es decir, “ejercicio” (ejercitar, practicar, repetir, etc.) y “problema” (pensar, probar, esquematizar, elaborar estrategias, trazar un plan de resolución, valorar la coherencia de las soluciones, etc.).