Epistemología y tendencias actuales en Didáctica de la Matemática.

Tendencias alemana y francesa

Citamos tan sólo las dos tendencias más conocidas en Europa. Hay que decir que se pueden distinguir otras tendencias, tales como la que conduce a la aplicación de las teorías del procesamiento de la información o la que se fundamenta en los aspectos que hemos comentado en el apartado anterior. Sin embargo, no son tendencias tan ligadas a la Didáctica de la Matemática como las que vamos a revisar sucintamente a continuación.

En primer lugar, la conocida como **"posición alemana"** representada por el grupo de Steiner y dentro de las tendencias conocidas como PME y TME. Steiner (1987) en su obra "Aspectos filosóficos y epistemológicos de las Matemáticas y su interacción con la teoría y la práctica en Educación Matemática" (Traducido por Salvador Guerrero)), plantea las siguientes tesis sobre la fundamentación de la Educación Matemática:

Tesis 1.- Hablando en términos generales, todas las concepciones, epístemologías, metodologías, filosofías de la matemática, contienen - a menudo implícitamente - ideas, orientaciones o gérmenes de teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Tesis 2.- Conceptos utilizados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, . . llevan consigo o se basan (a menudo de modo implícito) en particulares ideas filosóficas y epístemológicas de las matemáticas.

Tesis 3.- No hay una filosofía de las matemáticas destacada, constante, distinguida y universal. Se pueden avaluar las filosofías de las matemáticas de acuerdo a su utilidad para objetivos particulares, propósitos y criterios desarrollados para la evaluación.

Tesis 4.- Para la educación matemática, se debería preferir elaborar filosofías de las matemáticas que especialmente se refieran a los aspectos siguientes:

- diferentes formas y condicionamientos del conocimiento matemático, significados y modos de representación y actividades.
- relaciones entre desarrollo del conocimiento objetivo y subjetivo (complementariedad, obstáculos, dinámica).
- relaciones del conocimiento matemático con otros conocimientos, campos especiales y aplicaciones.
- la dimensión personal, social y política de las matemáticas.

Tesis 5.- Tales filosofías de las matemáticas, deben llegar a ser un ingrediente de una forma de enseñanza y aprendizaje reflexivo de las matemáticas y contribuir al desarrollo de un adecuado metaconocimiento no sólo para los profesores, sino también para los alumnos.

Tesis 6.- La educación matemática necesita un enfoque comprehensivo y metateorías que abarquen una adecuada filosofía de las matemáticas. Para una metateoría que se construya sobre un enfoque sistémico basado en la actividad humana y en la interacción social, una adecuada filosofía de las matemáticas debe considerar la propia matemática como un sistema desde un punto de vista del objeto humano relacionado con actividades cooperativas.

La **"posición francesa"** en Didáctica de la Matemática, se diferencia de otras tendencias actuales en lo que respecta a la autonomía del área de conocimiento y a sus relaciones con otras ciencias. A diferencia de otros enfoques, que reconocen explícitamente las aportaciones de otros campos científicos tales como: la Psicología, la Pedagogía, etc., la teoría de situaciones didácticas y en general, las investigaciones en Educación Matemática desde este punto de vista, consideran que:

a) La Didáctica de la Matemática es un campo científico autónomo

b) La Educación Matemática es un fenómeno sistémico que debe ser estudiado en su conjunto y no en partes separadas (aprendizaje, recursos, profesor, etc.).

c) Los fundamentos de la Didáctica de la Matemática, se encuentran en la propia Matemática, en su Epístemología y en su Historia.

Artigue, M. (1989), expone las líneas generales de esta fundamentación que pasamos a resumir a continuación.

- El centro de interés de la Didáctica de la Matemática está en el conocimiento de los procesos por los que se forman y desarrollan los conocimientos matemáticos, así como en el conocimiento de las características de la actividad matemática.

- El análisis epistemológico es necesario para tomar una cierta "distancia" o perspectiva que permita controlar las "representaciones epístemológicas" (concepciones que se forja un individuo a través de su propia experiencia matemática) de las matemáticas inducidas por la enseñanza (vigilancia epístemológica). De esta forma:

1).- Se elimina la ilusión de transparencia de los objetos de la enseñanza.

2).- Se dota de una historicidad a los conceptos matemáticos que la enseñanza usual tiende a representar como objetos universales en el tiempo y en el espacio.

3).- Se dota de una historicidad a las nociones metamatemáticas, como la de rigor, que la enseñanza usual se empeña en cultivar como eterno y perfecto.

4).- Se contribuye a eliminar las representaciones epistemológicas erróneas que la práctica docente tiende a conformar.

- El análisis epistemológico, permite igualmente conocer la medida de la disparidad existente entre el "saber sabio" y el "saber enseñado" (Chevallard, I.), es decir, permite conocer, en buena medida, el mecanismo y el resultado de la "transposición didáctica". Los dos sistemas se encuentran relacionados pero poseen distinto funcionamiento. El análisis epistemológico permite tomar conciencia de las diferencias entre ambos sistemas y evitar la ficción usual de que los objetos de enseñanza, son *copias simplificadas y fieles* de los objetos de la ciencia.

- La teoría de las situaciones didácticas de Brousseau distingue la génesis histórica del conocimiento matemático y la génesis de dicho conocimiento en un individuo o una clase. Ambas génesis no son idénticas, pero existen algunas semejanzas que pueden ayudar a la planificación educativa. Normalmente, los problemas que motivaron la introducción de un concepto son constitutivos de la significación de ese concepto; el didácta debe enfrentarse a dicho problema en su trabajo.

- El análisis epistemológico aparece explícitamente ligado a la noción de "obstáculo", elemento fundamental en el enfoque que estamos analizando.

Para Brousseau (1976), un obstáculo es un conocimiento que es válido en un determinado contexto y que puede permanecer como tal durante mucho tiempo, mientras que no aparezca un conflicto. Este, llega ante una situación que parece semejante a aquéllas en las que funcionaba el conocimiento, pero que aplicándolo a ellas conduce al error.

El concepto de obstáculo no puede confundirse con el de dificultad, puesto que para que podamos hablar de obstáculo en el sentido dado por Brousseau, deben darse las cuatro condiciones siguientes:

1).- Debe ser un conocimiento, bien falso o incompleto. Ello permite reformular la dificultad de que se trate en términos de conocimiento y no de ausencia de conocimiento.

2).- El conocimiento-obstáculo tiene su dominio de validez y de eficacia; en unas situaciones resulta pertinente y adaptado, pero en otras resulta falso y conduce al error.

3).- Es resistente al establecimiento de un nuevo concepto o al cambio de la condición del concepto antiguo en uno nuevo.

4).- No es fruto de un error pasajero, que bastaría corregir, o de una ignorancia, que se podría colmar, ni tampoco es una falta de aptitud. Puede resultar de circunstancias culturales, sociales o económicas; pero estas causas se actualizan en ideas que duran una vez que las causas desaparecen. Son estos los obstáculos que interesan, en cuanto que el conocimiento-obstáculo forma parte del saber, está presente en los modelos implícitos de los alumnos y debe recibir un tratamiento adecuado que pasa por el reconocerlos para poder rechazarlos (Brousseau, 1983).

Además de los *obstáculos de origen epístemológico*, Brousseau ha estudiado otros:

Obstáculos de origen ontogenético : los que provienen de limitaciones (neurofisiológicas entre otras) del sujeto en un momento dado de su desarrollo mental.

Obstáculos de origen didáctico : los que dependen de la elección de un proyecto de sistema educativo.

Desde esta perspectiva, el trabajo en Didáctica de la Matemática se resume para Brousseau en los siguientes pasos:

a) Detectar los errores recurrentes y comprobar que se agrupan en torno a determinadas concepciones;

b) Encontrar los obstáculos en la Historia de la Matemática;

c) Confrontar los obstáculos históricos y los obstáculos de aprendizaje y establecer su carácter epistemológico.

Alain Duroux (1982) define un obstáculo por cuatro características:

- Es un conocimiento que funciona en un dominio de validez suficientemente grande.
- Este conocimiento, cuando se intenta adaptar o aplicar a otras situaciones, provoca errores persistentes, localizables y analizables en relación al obstáculo.
- El obstáculo resiste las tentativas de adaptación local.
- El rechazo de este conocimiento será un conocimiento nuevo.

Aunque no podemos incluirlo dentro de esta tendencia, puesto que trabaja también con otros planteamientos, Vergnaud (1989) sugiere distinguir entre dificultades conceptuales, errores didácticos y obstáculos epístemológicos genuínos. En Bednarz, N. & Garnier, C. (edit.),1989, desarrolla un capítulo acerca de los obstáculos en el caso particular de los números enteros.

Otras aportaciones dentro de esta tendencia son: Bouvier (1986); Bednarz y Garnier (1989); Coquin-Viennot (1985); Sierpinska (1985); Glaeser (1984, 1986); etc.